1 Critères de cohérence

1. Des faisceaux de lumière issus de deux sources différentes ne sont pas cohérents. En effet, les déphasages entre les trains d'onde de deux sources différentes sont aléatoires. Dans ce cas, l'intensité lumineuse résultante est directement la somme des intensités des deux faisceaux.
2. Pour un éclairage en lumière blanche, les irisations colorées proviennent d'interférences, principalement entre les rayons réfléchis par les deux faces de la couche d'épaisseur e. Il faut donc que la différence de marche (de l'ordre de $2e$) soit inférieure à la longueur de cohérence de la lumière blanche (de l'ordre du micromètre).

2 Formule de Fresnel

1. $I_1 = K < s_1^2(t) >= KS_1^2/2$ et $I_2 = K < s_2^2(t) >= KS_2^2/2$.
2.

$$
\begin{aligned}
I &= K < (s_1(t)+s_2(t))^2 >= I_1 + I_2 + 2K < s_1(t)s_2(t) > \\
I &= I_1 + I_2 + 2K\frac{S_1S_2}{2}\cos\left(2\pi\frac{(SM)_2}{\lambda_0} - 2\pi\frac{(SM)_1}{\lambda_0}\right) \quad \text{car } < \cos(\omega t + \text{cte}) >= 0 \\
I &= \boxed{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\left(2\pi\delta/\lambda_0\right)}
\end{aligned}
$$

Cette formule ne dépend pas du choix du sens de la différence $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$ car le cosinus est pair.

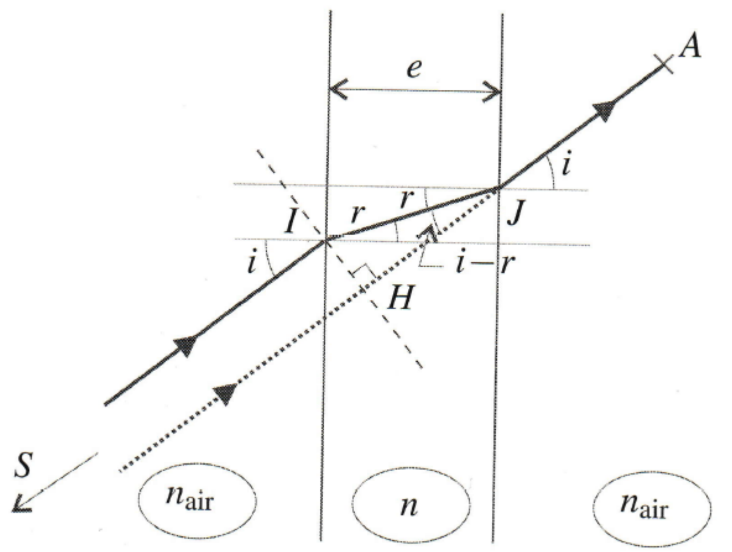
3. Cette fois $< s_1(t)s_2(t) >= 0$ si $\omega_1 \neq \omega_2$, qui aboutit à $\boxed{I = I_1 + I_2}$.

3 Mesure de l'épaisseur d'une feuille d'aluminium

1. Rayon 1 : passage direct. Rayon 2 : passage après double réflexion sur l'interface air/verre autour du trou. $\boxed{\delta = 2e}$.
2. Interférence destructive si $\delta = (q + 1/2)\lambda$ avec $q \in \mathbb{Z}$. Donc $\boxed{\lambda = 2e/(q + 1/2)}$.
3. Connaître une seule λ vérifiant la relation précédente est insuffisant pour déterminer e car q est a priori inconnu. En revanche, il suffit de mesurer deux longueurs d'onde successives λ_1 (d'ordre $q + 1/2$) et $\lambda_2 < \lambda_1$ (d'ordre $q + 1 + 1/2$) donnant des interférences destructives. On a donc $q + 1/2 = 2e/\lambda_1$ et $q + 3/2 = 2e/\lambda_2$.
   La soustraction donne $1 = 2e(1/\lambda_2 - 1/\lambda_1)$, soit finalement :

$$\boxed{e = \frac{1}{2}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}}$$

4 Différence de marche introduite par une lame à faces parallèles (**)



1. $\boxed{\delta = (SA)_{\text{avec}} - (SA)_{sans} = e(n - n_a)}$
2. $\delta = (SIJA) - (SHJA) = nIJ - n_a HJ$ car $(SI) = (SH)$ d'après le théorème de Malus.
   $\star$ $\cos r = e/IJ$ donne $IJ = e/\cos r$.
   $\star$ $HJ = IJ\cos(i - r) = \frac{e}{\cos r}.(\cos i \cos r + \sin i \sin r) = e\left(\cos i + \frac{n \sin^2 r}{n_a \cos r}\right)$ en utilisant la loi de la réfraction $n_a \sin i = n \sin r$.
   $\star$ Donc : $\delta = e\left(n\frac{1-\sin^2 r}{\cos r} - n_a \cos i\right) \boxed{= e(n\cos r - n_a \cos i)}$. On retrouve bien le cas de l'incidence normale quand $i = r = 0$.

   En se limitant aux DL à l'ordre 2 en angles :
   $\star$ $\cos i \simeq 1 - i^2/2$.
   $\star$ $\cos r \simeq 1 - r^2/2$. Or, un DL de la loi de la réfraction donne $n_a i = nr$. Donc $\cos r \simeq 1 - i^2 n_a^2/(2n^2)$.
   $\star$ Donc $\delta = e(n\cos r - n_a \cos i) \simeq e\left(n - \frac{i^2 n_a^2}{2n} - n_a + \frac{n_a i^2}{2}\right)$. Puis :

$$\delta \simeq e\left(n - n_a + \frac{i^2}{2}\left(n_a - \frac{n_a^2}{n}\right)\right) \boxed{= e(n - n_a)\left(1 + \frac{n_a}{n}\frac{i^2}{2}\right)}$$

5 Anneaux de Newton (**)

a) On a $x = \mathrm{HM}$, $\varepsilon = \mathrm{R} - \mathrm{CH}$ et $\mathrm{CH}^2 + \mathrm{HM}^2 = \mathrm{R}^2$, d'où

$$\varepsilon = \mathrm{R} - \sqrt{\mathrm{R}^2 - x^2} = \mathrm{R}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{\mathrm{R}^2}}\right]$$

$$\varepsilon \simeq \mathrm{R}\left[1 - \left(1 - \frac{x^2}{2\mathrm{R}^2}\right)\right] = \frac{x^2}{2\mathrm{R}}$$

b) La différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent en M est

$$\delta = 2\varepsilon + \frac{\lambda_0}{2}$$

Par application de la formule de Fresnel, on a interférence constructive ou destructive selon que l'ordre d'interférence

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{x^2}{\lambda_0 \mathrm{R}} + \frac{1}{2}$$

est un entier ou un demi-entier. Les franges brillantes sont donc des cercles de rayon

$$x_k = \sqrt{\lambda_0 \mathrm{R}\left(k + \frac{1}{2}\right)}$$

où k est un entier et les franges sombres de rayon

$$x'_k = \sqrt{k\lambda_0 \mathrm{R}}$$

Au centre, $x = 0$, donc on a une tache sombre qu'on nomme première frange sombre avec $k = 0$. La $n$ième frange sombre est donc de rayon

$$r'_n = x'_{n-1} = \sqrt{(n-1)\lambda_0 \mathrm{R}}$$

et la $n$ième frange brillante est de rayon

$$r_n = x_{n-1} = \sqrt{\lambda_0 \mathrm{R}\left((n-1) + \frac{1}{2}\right)}$$

c) Le centre est une tache sombre quelle que soit la valeur de λ. La plus petite des franges brillantes est celle correspondant à λ_0 le plus petit : elle est donc violette, puis toutes les couleurs s'allument, on a donc des cercles concentriques irisés.

6 Contraste d'une figure d'interférence

1. Démos de cours.
   (a) Par définition, $\boxed{C = \dfrac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}}$.
   (b) Remarquer que d'après la formule de Fresnel, $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ et $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$. Puis injecter dans la définition.
   (c) $C = 1$ maximal si $I_1/I_2 = 1$ (intensités égales). $C = 0$ si $I_1/I_2 = 0$ ou $I_1/I_2 \to +\infty$ (intensités très différentes).
2. Une figure d'interférence est acquise à l'aide d'un capteur CCD. Dans une unité non précisée, l'intensité de la figure varie entre 3 et 7.
   (a) $\boxed{C = \dfrac{7-3}{7+3} = 0,4}$
   (b) En posant $x = I_1/I_2$ ou $x = I_2/I_1$, on trouve $C = 2\sqrt{x}/(1+x)$. Par lecture graphique sur calculatrice ou ordinateur, on trouve deux solutions $\boxed{x \simeq 23,0}$ et $\boxed{x \simeq 0,0436}$. On remarque que les deux solutions sont inverses l'une de l'autre.

Si on souhaite faire le calcul analytique, on arrive à l'équation du second degré $x^2 + (2 - 4/C^2)x + 1 = 0$ de solutions :

$$x = \frac{2}{C^2} - 1 \pm \frac{2}{C}\sqrt{\frac{1}{C^2} - 1}$$

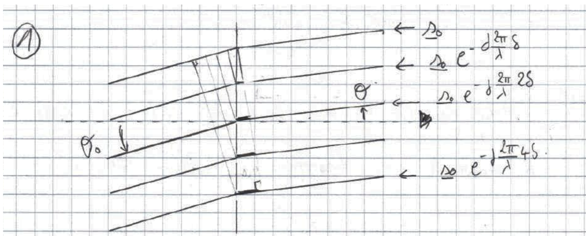
7 Mesure du pas du réseau

La formule des réseaux donne $\sin\theta = \lambda/a = \lambda n$ car $i_0 = 0$ et $p = 1$.

Un triangle rectangle après la lentille donne $\tan\theta = d/f'$. Alors si on fait l'approximation des petits angles, $\boxed{n = 1/a = d/(\lambda f') = 153 \text{ tr/mm}}$.

8 Distinction du doublet du sodium (**)

①



La différence de phase $\frac{2\pi}{\lambda}\delta$ est la même entre 2 rayons consécutifs.
La différence de phase entre le premier rayon et le N-ième rayon est donc $(N-1) \times \frac{2\pi}{\lambda}\delta$.
$\underline{s}$ est ainsi la somme de N ondes dont la phase est en progression arithmétique, d'où son expression.

② $\underline{s} = \underline{s}_0 + \underline{s}_0 e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\delta} + \underline{s}_0 e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}2\delta} + \dots + e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(N-1)\delta}$

$= \underline{s}_0\left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\delta} + \left(e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\delta}\right)^2 + \dots + \left(e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\delta}\right)^{(N-1)}\right)$

$= \underline{s}_0\left[\frac{1 - e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}N\delta}}{1 - e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\delta}}\right] = \underline{s}_0 \frac{e^{-j\frac{\pi N\delta}{\lambda}}}{e^{-j\frac{\pi\delta}{\lambda}}}\left[\frac{e^{+j\frac{\pi N\delta}{\lambda}} - e^{-j\frac{\pi N\delta}{\lambda}}}{e^{j\frac{\pi\delta}{\lambda}} - e^{-j\frac{\pi\delta}{\lambda}}}\right]$

$$\boxed{\underline{s} = \underline{s}_0\, e^{-j\frac{\pi}{\lambda}(N-1)\delta}\, \frac{\sin(\pi N\delta/\lambda)}{\sin(\pi\delta/\lambda)}}$$

③ $I = K\langle s^2\rangle = K \times \frac{1}{2}\,\underline{s} \times \underline{s}^* = \underbrace{\frac{K}{2} s_0^2}_{I_0} \frac{\sin^2(\pi N\delta/\lambda)}{\sin^2(\pi\delta/\lambda)}$

$$\boxed{I = I_0 \frac{\sin^2(\pi N\delta/\lambda)}{\sin^2(\pi\delta/\lambda)}}$$

④ On observe des maxima d'intensité pour les annulations du dénominateur

$\sin^2(\pi\delta/\lambda) = 0$

$\Rightarrow \pi\delta/\lambda = n\pi$

$$\boxed{\delta = n\lambda}$$

Rq : même condition que pour 2 ondes car si 2 rayons successifs sont en phases, alors il sont tous en phases !

$\delta = d(\sin\theta - \sin\theta_0) = n\lambda$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\theta - \sin\theta_0 = \frac{n\lambda}{d}}$$

⑤ Les pics d'interférences sont de plus en plus fins lorsque N augmente.

⑥ⓐ $n = 500$ t/mm $\Rightarrow \boxed{d = \frac{1}{n} = 2\,\mu m}$

⑥ⓑ $\sin\theta - \sin\theta_0 = n\frac{\lambda}{d}$

. Incidence normale $\longrightarrow \theta_0 = 0 \Rightarrow \sin\theta_0 = 0$
. Premier ordre $\longrightarrow n = 1$

$\hookrightarrow \sin\theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right)$

$\left.\begin{array}{l}\theta_1 = 0{,}2992 \text{ rad.}\\ \theta_2 = 0{,}2989 \text{ rad.}\end{array}\right)$ très proche.

⑥ⓒ $\Delta\varphi' - \Delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$ (annulation du numérateur de I)

$\Delta\varphi' = \frac{2\pi}{\lambda_1} d(\sin\theta_2' - \sin\theta_0)$ (1) $\quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_1} d(\sin\theta_2 - \sin\theta_0)$ (2)

$\frac{2\pi}{\lambda_1} d(\sin\theta_2' - \sin\theta_2) = \frac{2\pi}{N}$ $\quad$ (1) - (2)

$\sin\theta_2' - \sin\theta_2 = \frac{\lambda_2}{Nd}$

$\sin\theta_2' = \frac{\lambda_2}{Nd} + \underbrace{\sin\theta_2}_{\frac{\lambda_2}{d}} = \lambda_2\left(\frac{1}{Nd} + \frac{1}{d}\right) = \frac{\lambda_2(N+1)}{Nd}$

$$\boxed{\theta_2' = \arcsin\left(\frac{\lambda_2(N+1)}{Nd}\right)}$$

AN $\theta_2' = 0{,}3032 > \theta_1$ donc doublet non résolu !

9 Irisation des disques (**)

• ⋆ La présence de reflets colorés s'explique par le phénomène de diffraction de la lumière incidente sur le réseau périodique produit par les sillons du disque.

⋆ En éclairage en incidence normale, la formule reliant angle θ de diffraction, pas a du réseau, et longueur d'onde λ de l'éclairage est : $\boxed{\sin\theta = p\lambda/a}$, où $p \in \mathbb{Z}$ est l'ordre d'interférence.

⋆ Comme $\sin\theta \in [-1, 1]$, p ne peut pas prendre une infinité de valeurs : $\boxed{|p| \leq a/\lambda}$.

• Application aux trois disques, avec par exemple un choix de longueur d'onde dans le visible : $\lambda = 500$ nm.

⋆ Cas du CD avec $a = 1,6$ μm. Alors $|p| \leq 1,6/0,5 = 3,2$. Donc en incidence normale, on observe 7 ordres pour p entre -3 et $+3$. Comme θ dépend de λ pour $p \neq 0$, il y a de nombreux reflets colorés si on éclaire en lumière blanche.

⋆ Cas du DVD avec $a = 0,74$ μm. Alors $|p| \leq 0,74/0,5 = 1,48$. Donc en éclairage en incidence normale, on observe 3 ordres pour p entre -1 et $+1$. C'est pourquoi les reflets colorés sont moins nombreux que pour le CD.

⋆ Cas du Blu-Ray avec $a = 0,30$ μm. Alors $|p| \leq 0,3/0,5 = 0,6$. Donc en éclairage en incidence normale, on n'observe que la réflexion directe ($p = 0$) à angle nul pour toutes les couleurs, donc blanche si on éclaire en lumière blanche. On n'observe aucun reflet coloré ! *Pour information, il est possible d'obtenir un rayon diffracté par un Blu-Ray en incidence quasi rasante à basse longueur d'onde.*

10 Détermination des ordres observables

```python
# balayer les p >= 0
while out < 1: # il existe solution reelle theta si le sinus < 1
    ordres.append([p,asin(out)])
    p += 1
    out = sintheta(p,lambda_raie,a, theta0)

# balayer les p < 0
p = -1
out = sintheta(p,lambda_raie,a, theta0)
while out > -1: # il existe solution reelle theta si le sinus > -1
    ordres.append([p,asin(out)])
    p -= 1
    out = sintheta(p,lambda_raie,a, theta0)
```

11 Réseau en échelettes (**)

1. C'est deux fois moins encombrant.
2. Soient deux points O_n et O_{n+1}. Tracer les surfaces d'onde passant par O_n avant réflexion, et par O_{n+1} après. Appliquer la loi de Malus pour obtenir $\boxed{\delta = b(\sin(i_0) + \sin(i))}$ (attention au signe de i).
3. Pour $\delta = p\lambda$ avec $p \in \mathbb{Z}$, on obtient $\boxed{\sin(i_0) + \sin(i) = p\lambda/b}$. Remarquer le signe différent d'un réseau en transmission.
4. On obtient $\boxed{i_{\max} = -i_0 + 2\gamma}$.
5. Dans ce cas, $i_{\max} = 0$. La formule des réseaux avec $p = 5$ donne $\sin(2\gamma) = 5\lambda/b$. Donc $\boxed{\gamma = \frac{1}{2}\arcsin(5\lambda/b)}$.

   AN $\boxed{\gamma = 0,14 \text{ rad} = 8,0°}$.
6. Pour un réseau en transmission, l'ordre 0 correspond toujours au maximum d'intensité. C'est du gâchis car les différentes couleurs ne sont pas séparées dans l'ordre 0. Un réseau en réflexion peut être construit pour que le maximum d'intensité corresponde à un ordre non nul, ce qui permet de séparer les composantes du spectre.