

TDO3 : Trous d'Young - Correction

ex1 : $p = ax/(D\lambda_0) = 1,7$ ni entier ni demi-entier, donc état d'interférence intermédiaire entre constructif et destructif.

ex2 : Cf cours pour obtenir $x_{\max} = \lambda_0 d/(2a) = 1,1 \text{ mm}$, il faut une fente plutôt fine !

ex3 : Pour le Soleil, la même formule donne x_{\max} compris entre 3.10^8 m (borne UV) et 6.10^8 m (borne IR). Or, son rayon vaut $1,4.10^9 \text{ m}$ est donc supérieur à la limite de cohérence spatiale pour toute couleur. Ainsi, Les interférences sont brouillées.

ex4 : Cf cours, distance de brouillage $x = D\lambda_0^2/(a\Delta\lambda) = 35 \text{ cm}$. Cette zone est suffisamment large pour être observable.

ex5 : Cannelures $\lambda_{\min} = 400 \text{ nm} < \lambda_k = ax/(D(k + 1/2)) < \lambda_{\max} = 800 \text{ nm}$ donne k entre 6 et 12. Puis calcul des λ_k .

1 Trous d'Young - exo de cours

2. (a) Cf démo de cours pour $\delta = ax/D$.

(b) cf cours pour $i_0 = \lambda_0 D/a$ et $I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{x}{i_0} \right) \right)$. Graphe de $I(x)$: sinusoides avec minima nuls.

(c) $a = \lambda_0 D/i_0 = 2,5.10^{-4} \text{ m}$ Valeur typique de la distance entre trous d'Young.

3. $i = \lambda_0 D/na = 1,5.10^{-3} \text{ m}$, visible à l'œil nu.

4. On reprend la formule de Fresnel avec les deux intensités I_1 et $I_1/2$. On aboutit à :

$$I(x) = I_1 \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \cos(2\pi p) \right) \quad (1)$$

Sinusoïde de période i_0 donc l'interfrange n'est pas changé. Mais le minimum vaut cette fois $I_{\min} = 3/2 - \sqrt{2} > 0$. Ainsi, le contraste a diminué et devient inférieur à 1.

2 Mesure d'indice d'une lame

Lame sur trajet passant par S_1 donc décalage de ce même côté. Différence de marche au centre $\delta = (SS_2M) - (SS_1M) = e(1 - n)$ Donc $p = e(1 - n)/\lambda_0$ (négatif). On mesure $|\Delta p| = 95,5$, donc $n = 1 + \lambda_0 |\Delta p|/e = 1,52$. Valeur cohérente avec l'indice du verre.

3 Interféromètre de Rayleigh

D'après l'énoncé, 98,5 franges défilent en F'. La variation d'ordre d'interférence Δp vérifie donc $|\Delta p| = 98,5$. Comme initialement l'ordre d'interférence valait 0, on a donc à l'état final $|p| = 98,5$. Or, $p = \delta/\lambda = \ell(n - 1)/\lambda$. Donc $n = 1 + \lambda p/\ell = 1 + 0,00029$. La valeur est proche de l'indice du vide 1, pas étonnant pour de l'air en conditions ambiantes.

4 Miroir de Lloyd

1. Interférence entre rayons provenant de S et de S', image virtuelle de S par le miroir. On se retrouve ainsi avec une configuration analogue aux trous d'Young : deux sources secondaires sur un axe parallèle à l'écran d'observation. Les interférences ne sont donc pas localisées.

2. En prenant l'origine à même hauteur que le miroir, et en effectuant la même démo de cours que pour les trous d'Young : $\delta(M) = ax/(l + d) + \lambda/2$ (+ $\lambda/2$ à cause de la réflexion), $p(M) = ax/(\lambda(l + d)) + 1/2$, $\phi(M) = 2\pi ax/(\lambda(l + d)) + \pi$. Cf démo de cours : l'interfrange est donc $i = \lambda(l + d)/a$.

3. On utilise la formule de Fresnel avec l'expression précédente : $I(M) = 2I_0(1 + \cos(2\pi ax/(\lambda(l + d)) + \pi))$. Comme la variation spatiale de l'intensité ne dépend que de x , les franges sont rectilignes perpendiculaires à l'axe des x . Oui (analogie fentes d'Young parallèles).

4. Si S est approchée du miroir de $b/2$ (moitié de fente), alors S' est aussi rapproché de $b/2$, et la distance entre sources devient $(a - b)$. Alors l'ordre d'interférence devient $p'(M) = (a - b)x/(\lambda(l + d)) + 1/2$

Les franges restent visibles si $|p' - p| < 1/2$, donc $|bx|/(\lambda(l + d)) < 1/2$, soit $|x| < \lambda(d + l)/(2b) = ia/(2b)$.

5 Mesure d'une largeur spectrale (**)

On a $p = \delta/\lambda = ax/(D\lambda)$. La différence d'ordre d'interférence entre le centre de la raie et son bord s'écrit :

$$\Delta p = p(\lambda_0) - p(\lambda_0 + \Delta\lambda/2) = \frac{ax}{D\lambda_0} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}} \right) \quad (2)$$

qui dans l'hypothèse $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ se simplifie en $\Delta p \simeq \frac{ax\Delta\lambda}{2D\lambda_0^2}$.

Le critère semi-quantitatif de brouillage s'écrit : $|\Delta p| > 1/2$ soit $a > \frac{D\lambda_0^2}{x\Delta\lambda}$.

D'après le graphe, le contraste s'annule une première fois en $t_1 = 170$ s. Donc : $V_0 t_1 = \frac{D\lambda_0^2}{x\Delta\lambda}$. Soit :

$$\Delta\lambda = \frac{D\lambda_0^2}{xV_0 t_1} = 13 \text{ nm} \quad (3)$$

C'est trop large pour être une raie de lampe spectrale à gaz. C'est probablement soit une lampe à base d'un colorant en phase condensée, soit une lampe blanche avec un filtre.

6 Mesure de a à partir du spectre cannelé (**)

Les radiations éteintes (interférences destructives) sont celles pour lesquelles p est demi-entier : $p_\lambda = \frac{\delta}{\lambda} = k + 1/2$ avec $k \in \mathbb{Z}$. Soit $\lambda_k = ax/(D(k + 1/2))$.

Dans l'intervalle $[\lambda_{\min} = 400 \text{ nm}, \lambda_{\max} = 800 \text{ nm}]$, les longueurs d'onde éteintes vérifient :

$$\lambda_{\min} < \frac{ax}{D(k + 1/2)} < \lambda_{\max} \quad (4)$$

qui mène à :

$$k_{\min} = \frac{ax}{D\lambda_{\max}} - \frac{1}{2} < k < k_{\max} = \frac{ax}{D\lambda_{\min}} - \frac{1}{2} \quad (5)$$

Comme il y a $N = 17$ cannelures, l'écart $k_{\max} - k_{\min}$ est entre 16 et 18. Donc :

$$16 < k_{\max} - k_{\min} < 18 \quad (6)$$

qui mène à :

$$2,14 \text{ mm} < a < 2,40 \text{ mm} \quad (7)$$

7 Distinction d'une étoile double par des trous d'Young (**)

1. ★ Étoile 1 : $p(M) = (a \sin(\alpha/2) + ax/D)/\lambda$.

★ Étoile 2 : $p(M) = (a \sin(-\alpha/2) + ax/D)/\lambda$.

2. Brouillage si $|\Delta p| = 1/2$, donc $\sin(\alpha/2) = \lambda/(4a)$, soit $\alpha = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$.

3. En convertissant en degrés puis en minutes d'angle : $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ deg} = 0,056''$. Cette méthode interférométrique permet une mesure d'angle inférieure à l'observation directe !

8 Bilentilles de Billet (**)

1. > En se plaçant dans les conditions de Gauss, la position de l'image S' de S par la lentille de centre optique O s'obtient en utilisant la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{OS'} - \frac{1}{OS} = \frac{1}{f'}, \quad \text{avec } \overline{OS} = -60 \text{ cm et } f' = 20 \text{ cm.}$$

On en déduit la position de l'image : $\frac{OS'}{OS} = \frac{OSf'}{OS + f'} = 30 \text{ cm.}$

> Soit B un point objet situé dans le plan transverse à l'axe optique passant par S et B' son image par la lentille initiale. B' est située dans le plan transverse passant par S' , on définit le grandissement $\gamma = \overline{S'B'}/\overline{SB}$. La relation de grandissement pour la lentille donne :

$$\gamma = \frac{OS'}{OS} = \frac{f'}{OS + f'} = -0,5.$$

2. > La construction à l'échelle 1/10 est réalisée sur la figure 2.38.

3. > Les demi-lentilles sont décalées de l'axe optique en restant dans le même plan transverse que la lentille initiale. Il s'ensuit que les images S_1 et S_2 de S par chacune des demi-lentilles restent dans le plan transverse passant par S' . Afin de trouver leurs positions, il suffit de tracer les rayons qui passent par O_1 et O_2 , qui ne sont pas déviés au passage des lentilles, les images S_1 et S_2 sont alors les points d'intersection de ces rayons avec le plan transverse passant par S' (voir figure 2.39).

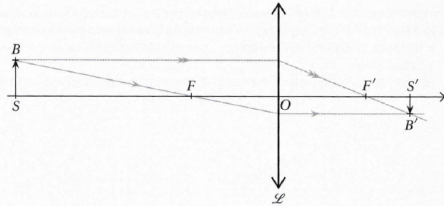


Figure 2.38. Construction géométrique de l'image S' de S par la lentille \mathcal{L} .

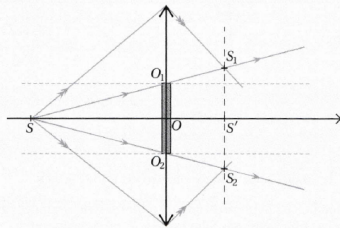


Figure 2.39. Images S_1 et S_2 de la source S par la bilentille.

> L'utilisation du théorème de Thalès avec les triangles homothétiques SO_2O_1 et SS_2S_1 donne :

$$\frac{S_2S_1}{O_2O_1} = \frac{SS'}{SO}$$

avec $SO = 60 \text{ cm}$, $O_2O_1 = \epsilon$ et $SS' = SO + OS' = 90 \text{ cm}$. On en déduit :
 $a = S_2S_1 = 3 \text{ mm.}$

4. > S_1 et S_2 se comportent comme des sources ponctuelles monochromatiques synchrones. Le schéma est donc identique au cas de deux trous d'Young, S_1 et S_2 distant de a . On observe donc sur l'écran des interférences sous forme d'alternance de franges rectilignes brillantes et sombres de direction perpendiculaire à l'axe liant les sources secondaires S_1 et S_2 .

> Le système étant équivalent à des trous d'Young, la différence de marche en un point M d'abscisse x sur un écran placé loin ($D \gg f'$) du plan des sources secondaires est :

$$\delta_M = \frac{ax}{D - OS'}$$

Les ondes se superposent en M sont cohérentes car elles sont issues de la même source ponctuelle monochromatique. L'intensité en M est donc donnée par la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M\right) \right)$$

avec I_0 l'intensité sur l'écran quand on masque une des demi-lentilles.

5. > Afin de déterminer le champ d'interférences, il faut tracer les rayons extrêmes passant par les demi-lentilles. Ces rayons passent pour l'un par le centre optique de la demi-lentille et pour l'autre par le point limite au niveau du support. Le champ d'interférences est alors la zone de l'espace où les faisceaux issus des demi-lentilles se recoupent.

> La construction permettant de déterminer le champ d'interférences est réalisée sur la figure 2.40.

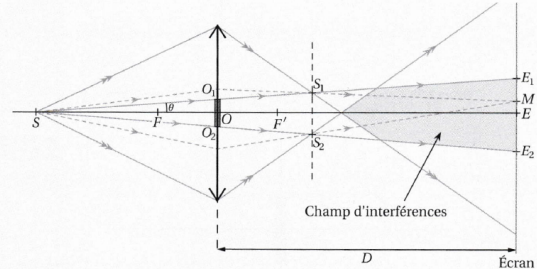


Figure 2.40. Champ d'interférences d'une bilentille.

6. > Commençons par chercher le diamètre du champ d'interférences sur l'écran. En appliquant le théorème de Thalès aux triangles homothétiques SO_2O_1 et SE_2E_1 où E_1 et E_2 sont les points limites du champ d'interférences sur l'écran, on a :

$$\frac{E_2E_1}{O_2O_1} = \frac{SE}{SO}$$

avec $O_2O_1 = \epsilon$, $SE = SO + D = 3,60 \text{ m}$ et $SO = 60 \text{ cm}$. Il vient alors $E_2E_1 = 1,2 \text{ cm}$.

> La distance entre deux franges sur l'écran est donnée par l'interfrange qui est $i = \lambda_0(D - OS')/a = 0,45 \text{ mm}$.

> On en déduit le nombre de franges visibles sur l'écran : $\lfloor E_2E_1/i \rfloor = 26$.

7. (a) Lorsqu'une source étendue dans la direction (Sx_x) est utilisée par éclairer ce dispositif, il peut y avoir brouillage de la figure d'interférences. En effet, chaque point de la source étendue donne naissance à un couple de points sources secondaires S_1 et S_2 distants de a mais décalés par rapport à l'axe optique. Les ondes issues des différents points de la source S étendue sont incohérentes, il se superpose donc sur l'écran une infinité de systèmes de franges décalés les uns par rapport aux autres. Cette configuration peut donc mener à un brouillage de la figure d'interférences si en un point de l'écran, pour deux points sources séparés d'une demi-largeur de la source étendue, la différence d'ordres d'interférences est telle que $|\Delta p| > 1/2$.

(b) Lorsqu'une source étendue dans la direction (Sy_y) est utilisée, on n'observe pas de brouillage des franges. La luminosité sur l'écran est augmentée sans modification de la figure d'interférences.