1 Exo de cours : Propagation d'une OPPH dans le vide

1. Appliquer $\overrightarrow{\text{rot}}$ à Maxwell-Faraday. Utiliser la formule $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}) - \Delta$ pour obtenir l'équation de d'Alembert pour $\vec{E}$: $\boxed{\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0\partial^2\vec{E}/\partial t^2}$. Alors $\boxed{c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$. Pour $\vec{B}$, partir de Maxwell-Ampère.
2. Pour une onde électromagnétique plane progressive harmonique se propageant selon le vecteur d'onde $\vec{k}$: $\text{div}(\vec{E}) = -j\vec{k}\cdot\vec{E}$ et $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -j\vec{k}\wedge\vec{E}$. Les équations de Maxwell deviennent $\boxed{-j\vec{k}\cdot\vec{E} = 0}$, $\boxed{-j\vec{k}\cdot\vec{B} = 0}$, $\boxed{-j\vec{k}\wedge\vec{E} = -j\omega\vec{B}}$, $\boxed{-j\vec{k}\wedge\vec{B} = j\omega\mu_0\varepsilon_0\vec{E}}$.
3. Maxwell-Gauss donne $\vec{E}$ orthogonal à $\vec{k}$ et Maxwell-Thomson donne $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{k}$.
4. Maxwell-Faraday donne $\boxed{\vec{B} = \vec{k}\wedge\vec{E}/\omega}$.

2 Puissance d'un laser

1. $\boxed{\omega = 2\pi c/\lambda}$.
2. Propagation selon $\vec{u_x}$, donc terme en $\cos(\omega t - kx + \phi)$ avec $k = 2\pi/\lambda$. Dans une zone vide de charge et courant, une OPPH électromagnétique est transverse, donc selon $\vec{u_y}$ et $\vec{u_z}$. Comme la polarisation est rectiligne, on peut choisir d'orienter l'axe y selon la direction de polarisation. Ainsi, $\boxed{\vec{E} = E_0\vec{u_y}\cos(\omega t - kx + \phi)}$.
3. Comme $\vec{B} = \vec{k}\wedge\vec{E}/\omega$, on obtient $\boxed{\vec{B} = (E_0/c)\vec{u_z}\cos(\omega t - kx + \phi)}$ car $k/\omega = c$.
4. On a $\mathcal{P}(x,t) = \iint_S \vec{R}(x,t)\cdot\vec{dS}$ en intégrant sur la section du cylindre avec le vecteur de Poynting $\vec{R} = \vec{E}\wedge\vec{B}/\mu_0 = \frac{E_0^2}{\mu_0 c}\cos^2(\omega t - kx + \phi)\vec{u_x}$ et $\vec{dS} = dS\vec{u_x}$. Donc $\boxed{\mathcal{P}(x,t) = \dfrac{E_0^2\pi r^2}{\mu_0 c}\cos^2(\omega t - kx + \phi)}$. Comme $< \cos^2(\omega t - kx + \phi) >= 1/2$, $\boxed{\mathcal{P}_{\text{moy}} = \dfrac{E_0^2\pi r^2}{2\mu_0 c}}$.
5. Pendant dt, δN photons traversent la section S portant chacun une énergie $h\nu = \hbar\omega$. Alors, l'énergie transmise à travers S pendant dt est $\delta E = \delta N \times \hbar\omega = \mathcal{P}_{\text{moy}}\cdot dt$. Le flux de photon $\Phi = \delta N/dt$ vaut alors $\boxed{\Phi = \dfrac{\mathcal{P}_{\text{moy}}}{\hbar\omega} = \dfrac{E_0^2\pi r^2}{2\mu_0 c\hbar\omega}}$.

3 États de polarisation

⋆ expression (1) : On factorise $\vec{E} = E_0\cdot\cos(\omega t - kx)\cdot(\vec{e_y} + (1/2)\vec{e_z})$. C'est une OPPH se dirigeant selon $\boxed{+\vec{e_x}}$ (terme $\omega t - kx$) et polarisée rectilignement selon $(\vec{e_y} + (1/2)\vec{e_z})$. Donc $\vec{E}$ est fixe dans le plan de polarisation.

⋆ expression (2) : On reformule $\vec{E} = E_0.\left(\cos(\omega t + kx).\vec{e_y} - \sin(\omega t + kx).\vec{e_z}\right)$ C'est une OPPH se dirigeant selon $\boxed{-\vec{e_x}}$ (terme $\omega t + kx$). La direction dans le plan de polarisation forme l'angle $\alpha = -(\omega t + kx)$ avec l'axe $\vec{e_y}$ et tourne dans le sens trigo au cours du temps en une position fixe. Donc polarisation circulaire droite.

⋆ expression (3) : C'est une OPPH se dirigeant selon $\boxed{+\vec{e_x}}$ (terme $\omega t - kx$). La polarisation n'est pas rectiligne. De plus, les composantes selon $\vec{e_y}$ et $\vec{e_z}$ n'ont pas la même amplitude, la polarisation n'est donc pas circulaire. Elle est donc elliptique.

4 Polariseurs successifs

Après le premier polariseur, d'après l'énoncé $\boxed{I_1 = I_0/2}$ et la polarisation est rectiligne selon $\vec{u_y}$. Après le deuxième polariseur, la polarisation est rectiligne selon $\vec{u_2}$ donc a tourné de $\pi/3$, et d'intensité donnée par la loi de Malus : $\boxed{I_2 = I_1\cos^2(\pi/3) = I_1/4 = I_0/8}$. Après le troisième polariseur, la polarisation est rectiligne selon $\vec{u_3}$ donc a tourné de $\pi/3 + \pi/2 = 5\pi/6$, et d'intensité donnée par la loi de Malus : $\boxed{I_3 = I_2\cos^2(5\pi/6) = (I_0/8)\times 3/4 = 3I_0/32}$.

Si on place le polariseur 3 après le 1, ces deux polariseurs successifs sont alors orthogonaux, il y a alors extinction complète ! L'ordre des polariseurs est important.

5 Questions expérimentales

1. Envoyer l'onde polarisée rectilignement sur un polariseur dont l'axe forme un angle α inférieur à $\pi/2$ avec la direction de propagation. Le principal défaut de cette méthode est de perdre d'autant plus d'intensité que l'angle est proche de $\pi/2$. En effet, la loi de Malus donne $I = I_0 \cos^2 \alpha$.

   Pour éviter ce défaut, il suffit d'envoyer l'onde polarisée rectilignement sur une lame demi-onde. Selon l'orientation relative de la direction de polarisation et des lignes neutres de la lame, la direction de polarisation en sortie sera différente.
2. Envoyer l'onde non polarisée sur un polariseur. Elle est alors en sortie polarisée rectilignement. Puis l'envoyer sur une lame quart-onde d'axes neutre à $\pi/4$ de la polarisation incidente. L'onde est alors polarisée circulairement.
3. On obtient une onde polarisée rectilignement à $\pi/2$ de la polarisation incidente.

   Si la lame demi-onde ne couvre que la moitié du faisceau, on se retrouve avec la moitié du faisceau qui est de polarisation rectiligne orthogonale à la polarisation de l'autre moitié. Alors si on place après un polariseur d'axes à $\pi/4$ de la lame d'onde, on ne récupère que la moitié du faisceau.

   Si on fait tourner en bloc l'ensemble des lames, on observe une alternance entre deux situations : soit un des demi-faisceaux est atténué et l'autre transmis, soit ils sont identiquement partiellement transmis. Cette dernière situation est particulièrement détectable par l'oeil, ce qui est utilisé par des « analyseurs à pénombre » pour repérer des directions de propagations.

6 Superposition d'ondes planes progressives harmoniques

1. On a $\overrightarrow{k_1} \cdot \overrightarrow{r} = kz\cos\alpha + kx\sin\alpha$ et $\overrightarrow{k_2} \cdot \overrightarrow{r} = kz\cos\alpha - kx\sin\alpha$. On obtient :

$$\boxed{\overrightarrow{E} = 2E_0\overrightarrow{u_y}\cos\left(\omega t - kz\cos\alpha\right)\cdot\cos\left(kx\sin\alpha\right)} \tag{1}$$

   Le champ électrique peut s'écrire donc sous la forme d'un produit d'une onde progressive suivant $\overrightarrow{u_z}$ (de vecteur d'onde de norme $k\cos\alpha$) et d'une modulation spatiale transverse.

   L'onde n'est pas plane, car dans un plan transverse à la direction de propagation (z fixé), l'amplitude n'est pas homogène et dépend de x.

   L'onde est progressive : terme $(\omega t - kz\cos\alpha)$. Pour la vitesse de phase v_φ, remarquer que $k\cos\alpha$ joue le rôle habituel de k. Donc $\boxed{v_\varphi = \dfrac{\omega}{k\cos\alpha} = \dfrac{c}{\cos\alpha}}$. On trouve $v_\varphi > c$, mais ne pas croire que le principe de relativité est bafoué. En effet, une vitesse de phase ne correspond pas à une vitesse de déplacement de matière ou d'énergie.
2. Le vecteur de Poynting est :

$$\overrightarrow{R} = \frac{\overrightarrow{E}\wedge\overrightarrow{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0}\left(EB_z\overrightarrow{u_x} - EB_x\overrightarrow{u_z}\right) \tag{2}$$

   Appliquons la moyenne temporelle aux deux termes de $\overrightarrow{R}$. $< EB_z >= 0$ car fait intervenir $< \cos(\omega t - kz\cos\alpha)\cdot\sin(\omega t - kz\cos\alpha) >= 0$. Ainsi, on arrive à :

$$\boxed{< \overrightarrow{R} >= \frac{E_0^2\cos\alpha}{\mu_0 c}\overrightarrow{u_z}} \tag{3}$$

3. On part de $u_{em} = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0)$ et on calcule.
4. Considérons une section S transverse à la direction de propagation. Exprimons de deux manière l'énergie δE traversant S pendant dt.

   ⋆ Par le flux du vecteur de Poynting : $\delta E =< \mathcal{P} > dt =< \overrightarrow{R}.\overrightarrow{S} > dt = \frac{E_0^2\cos\alpha}{\mu_0 c}Sdt$.

   ⋆ Par le déplacement de l'énergie à vitesse v_g. L'énergie δE transmise pendant dt était contenue dans le volume dV de base S et de hauteur $v_g.dt$. Il contenait l'énergie $\delta E =< u_{em} > .dV = \frac{E_0^2}{\mu_0 c^2}Sv_g dt$.

   ⋆ En égalisant les deux expressions, il vient $\boxed{v_g = c\cos\alpha}$. On trouve $v_g < c$, normal car l'énergie ne peut pas se déplacer à vitesse supérieure à c.

7 Analyseur à pénombre

1. Si l'onde incidente est polarisée rectilignement selon un axe quelconque, elle est polarisée rectilignement différemment en sortie (symétrique de l'onde incidente par rapport à l'axe rapide).
2. Aussi bien pour une onde non polarisée que pour une polarisation circulaire, l'intensité lumineuse après un polariseur ne dépend pas de l'orientation du polariseur. On ne peut donc pas les distinguer. Il faut utiliser une lame $\lambda/4$ puis un polariseur. Si l'intensité s'annule, l'onde était polarisée circulairement au départ.
3. Avant le dispositif : $\overrightarrow{E_0} = E_0\overrightarrow{u_x}$. Voie (1) seulement avec polariseur : $\overrightarrow{E_1} = E_0\cos(\alpha)\overrightarrow{u_x}$. Voie 2 après lame $\lambda/2$: $\overrightarrow{E_{\text{lame}}} = E_0\left(\cos(\alpha + 2(\varepsilon - \alpha))\overrightarrow{u_x} + \sin(\alpha + 2(\varepsilon - \alpha))\overrightarrow{u_y}\right)$. Donc au final voie 2 : $\overrightarrow{E_2} = E_0\cos(2\varepsilon - \alpha)\overrightarrow{u_x}$. Lors de l'égalité des intensités et pour $\alpha \in [0, \pi/2]$, on trouve $\varepsilon = 0$ ou $\alpha = \varepsilon$.

8 Voile solaire (**)

Quand un photon est réfléchi sur la voile, il lui transfère une quantité de mouvement $2h\nu/c$ (réflexion totale en incidence normale, cf calcul pression cinétique en thermo PCSI). En notant φ le flux de photon sur la voile, la quantité de mouvement acquise pendant dt est $\delta p = \varphi dt 2h\nu/c$. Donc la force subie est $F = \delta p/dt = 2h\nu\varphi/c$ qui doit compenser la gravité $\mathcal{G}mM_S/d^2$.

Le flux de photon au niveau de la voile est $\varphi = \frac{\mathcal{P}}{h\nu} \times \frac{S}{4\pi d^2}$ avec la surface S de la voile.

On obtient alors une surface minimale $S = \frac{2\pi c\mathcal{G}mM_S}{2\mathcal{P}} = 630$ km^2. Cette valeur est probablement trop grande pour utiliser ce dispositif.