

Table des matières

1	Boîte noire en électricité (CCINP → XENS)	1
2	Influence de la fréquence sur une résistance (CCS et plus)	1
3	Chaîne électrique (CCS-CCMP en version guidée)	2
4	Mesure de moment magnétique d'un aimant (ENS)	4
5	Oscillations forcées d'un diapason (CCINP et plus)	4
6	Étude d'un pendule (CCINP)	6
7	Exploitation vidéo d'une expérience (CCINP et plus)	7
8	Caractérisation d'un circuit (CCMP)	9

1 Boîte noire en électricité (CCINP → XENS)

* matériel : une boîte noire, appareils courants d'électricité (GBF, multimètres, oscilloscope, etc).

* donnée : La boîte noire contient un circuit électrique constitué uniquement de dipôles linéaires passifs (résistance, condensateur, bobine).

* question : déterminer la structure du circuit électrique de la boîte noire. Mesurer les valeurs de ses composants le plus précisément possible.

2 Influence de la fréquence sur une résistance (CCS et plus)

Version non guidée suivante : CCS ou plus

Demander la version guidée pour CCINP

* matériel : bobine de 1000 spires, GBF, oscillo, boîtes à décade de R et de C .

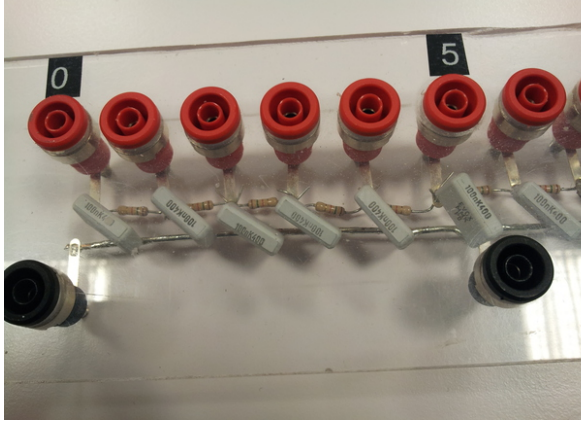
On considère un circuit RLC série, constitué d'un GBF délivrant un signal sinusoïdal, d'une résistance $R = 10 \Omega$, d'une bobine modélisée par une inductance L et une résistance interne r , d'un condensateur idéal de capacité C variable branchés en série.

1. En prenant dans cette question $C = 10 \mu\text{F}$, mesurer la fréquence de résonance f_0 pour la tension u aux bornes de R . À l'aide de mesures d'autres grandeurs, toujours à résonance, déterminer la valeur de $r(f_0)$.
2. Mesurer r pour plusieurs valeurs de f_0 . Interpréter.

3 Chaîne électrique (CCS-CCMP en version guidée)

* matériel : plaquette de chaîne CR , alimentation stabilisée, multimètre, oscilloscope, GBF.

On considère un circuit constitué de multiples cellules identiques, ne comportant à chaque fois qu'un condensateur et une résistance¹. Les cellules sont numérotées de 0 à 21 et on dispose sur la plaquette d'une possibilité d'accéder au potentiel de chacun de ces points. Notons que la dernière cellule peut être utilisée ou non selon la position de l'interrupteur (non visible sur les photos ci-dessous qui se concentrent sur les premières cellules). Voici quelques photos du dispositif et de ses composants (les plaquettes sont toutes identiques mais elles ont été fabriquées à partir de composants de formes différentes).



3.1 Préliminaires

1. Déterminer la valeur des capacités et résistances en précisant les branchements de mesure à l'aide d'un schéma électrique.

On appelle « élément » ou « cellule » un ensemble C puis R . On numérote les éléments de $p = 0$ à $p = 20$. U_p représente la tension aux bornes du p -ième condensateur, Q_p la charge sur son armature liée aux résistances, I_p l'intensité du courant parcourant la résistance de la cellule p , donc allant de la cellule p vers la cellule $(p + 1)$. La longueur d'une cellule est notée a .

2. Préciser le lien entre Q_p , I_{p-1} et I_p d'une part, entre I_p , Q_p et Q_{p+1} d'autre part. Définir un temps caractéristique τ .
3. En déduire que ce circuit est une représentation discrète que l'on peut associer à l'équation continue

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \text{avec} \quad U(x_p, t) \equiv U_p(t) \quad (1)$$

4. Quelle est la nature de cette équation ? Préciser dimension et unité de D . Citer des cas où vous avez déjà rencontré ce type d'équation.

3.2 Régime stationnaire

On impose une tension continue $U_0 = 10,00$ V à l'extrémité $p = 0$ et on court-circuite le condensateur $p = 20$.

5. Représenter le circuit en régime stationnaire.
6. Prévoir le lien entre U_p et p .
7. Faire une vérification expérimentale *quantitative* de cette prédiction.
8. Mesurer l'intensité débitée par la source de tension : est-ce conforme à ce que vous attendiez ?

1. Source : BUP944 - *Diffusion de charge électrique à une dimension*.

3.3 Régime sinusoïdal forcé

On impose la tension sinusoïdale $U_0(t) = E_0 \cos(\omega t)$ à l'extrémité $p = 0$ du montage. On se place à $f = 100$ Hz.

9. Montrer que $U_p(t) = E_0 \exp(-k''pa) \cos(\omega t - k'pa)$ avec a la distance entre deux nœuds successifs sur la plaquette. Préciser la dimension et l'unité de k' et de k'' .
10. Tracer le déphasage de la tension $U_p(t)$ par rapport à U_0 en fonction de p .
11. Vérifier graphiquement que l'amplitude A_p de $U_p(t)$ est reliée à p par $A_p = E_0 \exp(-k''pa)$. En déduire une estimation de k'' .
12. Rappeler quel phénomène analogue a été étudié dans un autre domaine.
13. Estimer la vitesse de phase $v_\varphi = \omega/k'$ associée à cette onde. En déduire la longueur d'onde λ associée.
14. Pour que la description continue du système soit valable, on doit avoir $\lambda \gg a$. Est-ce le cas ici ? Traduire la contrainte $\lambda > 10 a$ en terme de fréquence. Commenter.

3.4 Régime transitoire

À l'extrémité $p = 0$ du système, la tension est imposée en créneaux entre $-E_0$ et E_0 ($E_0 = 10,0$ V) à très basse fréquence (2 Hz). Le système est ouvert en $p = 21$ (et l'interrupteur fermé).

En supposant le système infiniment long, la résolution (exacte) de l'équation² conduit à

$$U_p(t) = E_0 \left[1 - 2 \operatorname{erf} \left(\frac{p}{2\sqrt{t/\tau}} \right) \right] \quad (2)$$

15. On travaille avec $t_{1/2}$ (durée qui sépare le changement d'état en $p = 0$ du passage de la tension U_p par la valeur 0). Connaissant le réel α , défini par $\operatorname{erf}(\alpha) = 1/2$ ($\alpha = 0,47694$), vérifier que

$$t_{1/2} = 1,099 \tau p^2 \quad (3)$$

On cherche à obtenir expérimentalement $U_p(t)$ pour plusieurs valeurs de p . L'oscilloscope ne permet cependant que l'acquisition de 2 voies simultanément. On pourrait étudier les courbes « 2 par 2 » mais on perdrait toute possibilité de synchronisation avec $p = 0$ où la tension passe instantanément de $-E_0$ à $+E_0$. On choisit donc de *toujours mesurer* U_0 et, sur la 2^e voie, U_1 puis U_2 , etc (éviter $p \geq 8$).

16. Pour chaque cas, faire une acquisition en synchronisant sur U_0 de telle sorte que l'affichage soit synchrone pour chaque acquisition. On veillera à avoir un affichage qui permet de retrouver le régime permanent.
17. Mesurer $t_{1/2}$ à l'oscilloscope pour $p \leq 7$.
18. Enregistrer les différentes acquisitions grâce à REGRESSI puis superposer les courbes.
19. En déduire τ .
20. Pourquoi recommande-t-on de se limiter aux p faibles ?
21. Proposer une expérience *très simple* qui permette de valider votre hypothèse sur l'invalidation des résultats pour p trop grand.

2. avec $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2) du$ appelée « fonction d'erreur », intervenant dans les régimes transitoires de diffusion.

4 Mesure de moment magnétique d'un aimant (ENS)

→ Demander plusieurs jours à l'avance si vous souhaitez travailler ce TP !

* matériel : aimant cylindrique, support de mesure, règle graduée, sonde à effet Hall, balance de précision, deux bobines plates, alimentation de courant continu.

* objectif : Cette épreuve a pour objet la mesure du moment dipolaire magnétique \vec{M} d'un aimant cylindrique constitué d'un alliage de Fer-Neodyme.

* données : Quand on place un dipôle magnétique de moment \vec{M} dans un champ magnétique extérieur \vec{B} , il subit une force $\vec{F} = (\vec{M} \cdot \text{grad}) \vec{B}$.

Une spire de rayon a parcourue par un courant I crée sur son axe z un champ magnétique parallèle à l'axe et d'amplitude :

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2a} \left(\frac{a^2}{a^2 + z^2} \right)^{3/2}$$

avec z la distance à son centre et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.

4.1 Mesure directe du moment magnétique de l'aimant

1. En assimilant le moment magnétique de l'aimant à celui d'une spire circulaire de rayon a parcourue par un courant I , obtenir une mesure du moment magnétique de l'aimant.

4.2 Mesure de la force exercée sur l'aimant

2. Sans faire de calcul approfondit, à partir des deux bobines, proposer comment générer une zone de l'espace où le champ est le plus uniforme possible. Même question pour créer une zone de champ très inhomogène.
3. En déduire un montage permettant de mesurer le moment magnétique de l'aimant en mesurant la force exercée par le champ sur l'aimant.

5 Oscillations forcées d'un diapason (CCINP et plus)

* matériel : GBF, bobine (plusieurs centaines de spires) sans noyau de fer, diapason, micro, oscilloscope.

* objectif : En vous inspirant de l'article page suivante, réaliser un montage permettant d'observer l'oscillation forcée d'un diapason. Mesurer sa fréquence de résonance et son facteur de qualité.

Résonance aiguë et auto-oscillation d'un diapason

par Jean ADLOFF
 Université Louis Pasteur - 67000 Strasbourg
 André DEIBER, Laurent MARKIEWICZ
 Lycée Fustel de Coulanges - 67000 Strasbourg
 et Olivier KEMPF
 IUFM d'Alsace, Site de Strasbourg
 GRESEP Groupe de Recherche de l'IUFM
 d'Alsace et de l'Université Louis Pasteur
 Avec la collaboration des étudiants d'IUFM - Première année

RÉSUMÉ

Le diapason est un instrument adapté à la mise en évidence d'oscillations mécaniques libres faiblement amorties. La valeur élevée du temps de relaxation va de pair avec un pic de résonance très aiguë. L'étude très délicate de cette résonance mécanique peut être menée à bien avec du matériel usuel en exploitant la stabilité en fréquence d'un multivibrateur. Des phénomènes non linéaires peuvent aussi être mis en évidence par une analyse simple des courbes de résonance en présence de frottements en illustrant ainsi certaines caractéristiques des oscillateurs non linéaires.

Cette non-linéarité de l'oscillateur peut être exploitée afin d'auto-entretenir les oscillations du diapason.

1. MISE EN RÉSONANCE DU DIAPASON

1.1. Comment détecter la résonance

Il est très délicat de mesurer directement la position d'une des branches dans les conditions habituelles d'emploi du diapason. On pourrait envisager une méthode optique, mais pour des raisons de simplicité nous préférons nous contenter d'exploiter l'amplitude de l'onde sonore émise. Cette amplitude ne constitue une mesure indirecte de l'amplitude angulaire du diapason qu'à la condition expresse que ces deux grandeurs soient proportionnelles. Il n'est guère possible de justifier cette proportionnalité rigoureuse par des arguments physiques. Il nous faut donc poser cette hypothèse comme point de départ de notre étude.

1.2.2.1. L'impédance de la bobine

Afin d'obtenir une force magnétique d'intensité suffisante, il faut, pour une tension fixée, optimiser l'intensité du courant électrique et le nombre de spires de la bobine. Mais l'impédance d'une bobine, comportant un noyau de fer, est importante à ces fréquences, ce qui limite fortement l'intensité.

Sous cette forme simple, la force s'avère insuffisante.

1.2.2.2. La stabilité du générateur en fréquence

La seconde difficulté est plus sournoise. Pour un oscillateur décrit par une équation homogène du type $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2x = 0$, le temps de désexcitation en amplitude de l'oscillateur τ_a est égal à $1/\lambda$. Par ailleurs, la largeur en pulsation de la bande passante vaut $\Delta\omega = 2\lambda$.

De surcroît la durée du régime transitoire précédent le régime permanent (forcé) est de l'ordre de τ_a . On aboutit à la relation simple liant $\Delta\omega$ à τ_a :

$$\Delta\omega \cdot \tau_a = 2$$

ou encore :

$$\Delta f \times \tau_a = \frac{1}{\pi}$$

et :

$$\Delta f = \frac{1}{\pi\tau_a}$$

On voit poindre en ce qui concerne la précision en fréquence, la difficulté en estimant le temps de relaxation τ_a à quelques secondes. On peut estimer τ_a de manière plus précise en enregistrant le signal sonore émis par un diapason en oscillations libres à l'aide d'un oscillographe à mémoire. Il faut veiller à obtenir un nombre de points suffisant afin de rendre l'enveloppe visible.

1.2. Protocole de la mise en résonance

Dans ce qui suit, le terme diapason désignera l'association diapason / caisse de résonance.

1.2.1. Schéma de principe

Un électroaimant parcouru par un courant sinusoïdal de fréquence f_e variable est placé au voisinage d'une des branches d'un diapason en acier.

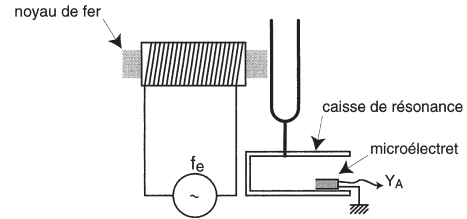


Figure 1 : Montage expérimental de principe.

La force magnétique exercée par l'électroaimant sur l'une des branches en fer du diapason ne dépend pas de la polarité de celui-ci. Un électroaimant attire toujours une masse en fer. Le sens du courant circulant dans la bobine est donc sans importance. En conséquence, à la force moyenne exercée se superpose une composante alternative qui a pour fréquence $2f_e$ où f_e est la fréquence de l'intensité du courant parcourant la bobine.

Pour obtenir la résonance mécanique du diapason il faut donc se placer à la fréquence électrique $f_e = \frac{f_0}{2}$ où f_0 est la fréquence propre - de résonance - du diapason (L_{A4} par exemple soit 440 Hz).

1.2.2. Analyse des difficultés rencontrées lors d'une première expérimentation

Si le principe de l'expérience semble trivial, des difficultés expérimentales ne tardent pas à surgir

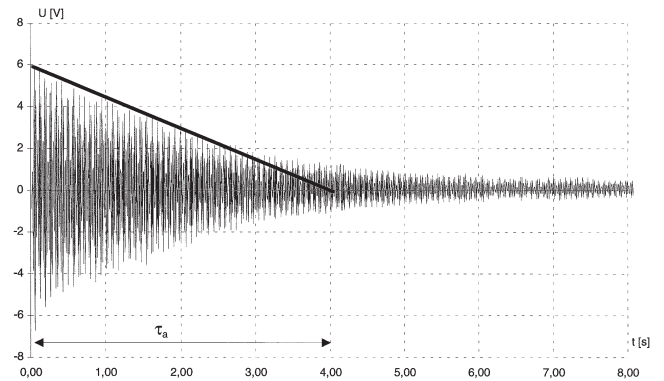


Figure 2 : Courbe de désexcitation d'un diapason.

L'estimation graphique du temps de désexcitation τ_a donne 4 s.

Cette valeur de τ_a se traduit par une largeur de fréquence Δf de la bande passante de l'ordre du 1/10 hertz. Ce qui signifie qu'il faut :

- connaître f_0 de manière précise,
- que le générateur de fonctions soit très stable en fréquence,
- que la fréquence soit ajustable aisément et très précisément.

1.3. Mise en œuvre expérimentale de la résonance

Ces difficultés trouvent des solutions simples et très peu onéreuses.

1.3.1. Augmentation de l'intensité dans la bobine

Pour compenser l'effet inductif de la bobine, il suffit d'utiliser un condensateur de capacité C judicieusement choisie afin de rechercher une résonance d'intensité pour $\frac{f_0}{2}$. On peut donner les valeurs typiques pour la fréquence $f_0 = 440$ Hz du diapason (L_{A4}). Soit pour une fréquence de résonance électrique de 220 Hz, une bobine (1000 spires) de 40 mH (en l'absence de noyau de fer) et une capacité variable d'environ 2 μ F font l'affaire.

6 Étude d'un pendule (CCINP)

★ matériel : pendule relié à l'interface SISAM.

6.1 Étude théorique

On considère un pendule constitué d'une masse m supposée ponctuelle et placée à la distance L sur une tige de masse négligeable. Cette tige peut osciller sans frottements, dans le plan vertical, autour d'un axe de rotation passant par son origine O . On notera θ , l'angle entre la tige et la verticale passant par O .

1. Faire un schéma et représenter les différentes forces. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .
2. On se place dans le cadre des petites oscillations : préciser cette hypothèse avec une valeur numérique.
3. Donner l'expression de la période des petites oscillations.

On imagine, maintenant, des frottements visqueux (dus à l'air) de la forme $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$.

4. Établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par θ dans le cas de petites oscillations.
5. Résoudre l'équation sachant que la masse m est lâchée, sans vitesse initiale, à partir de l'angle θ_0 .

6.2 Manipulation

6. Faire les manipulations suivantes :
 - Déplacer la masse m sur la tige afin de régler la longueur $L = 40$ cm.
 - Lâcher le pendule avec un angle θ_0 faible et faire l'acquisition du mouvement de la masse grâce au logiciel Latis-Pro et à l'interface SISAM.
 - Déterminer la période des oscillations.
7. On désire vérifier la relation entre la période et la longueur L . Proposer un protocole basé sur la manipulation précédente. On désire vérifier la loi par régression linéaire : quelle courbe doit-on tracer ?
8. Mettre en œuvre le protocole. Tracer la courbe proposée et conclure sur la validité du modèle. Comment expliquer les écarts éventuels ?

On désire maintenant déterminer les caractéristiques du système, en particulier le coefficient de frottement visqueux α .

9. Faire les manipulations suivantes :
 - Déplacer la masse m sur la tige afin de régler la longueur $L = 40$ cm.
 - Lâcher le pendule avec un angle θ_0 faible et faire l'acquisition du mouvement de la masse grâce au logiciel Latis-Pro et à l'interface SISAM.
 - Modéliser la courbe.
10. En déduire les valeurs expérimentales du coefficient de frottement α , de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q .
11. Refaire l'acquisition pour $L = 15$ cm. Comparer à la courbe précédente. Quels types de frottements sont à considérer dans ce cas ?

7 Exploitation vidéo d'une expérience (CCINP et plus)

★ matériel : un ordinateur, les données à exploiter sont fournies.

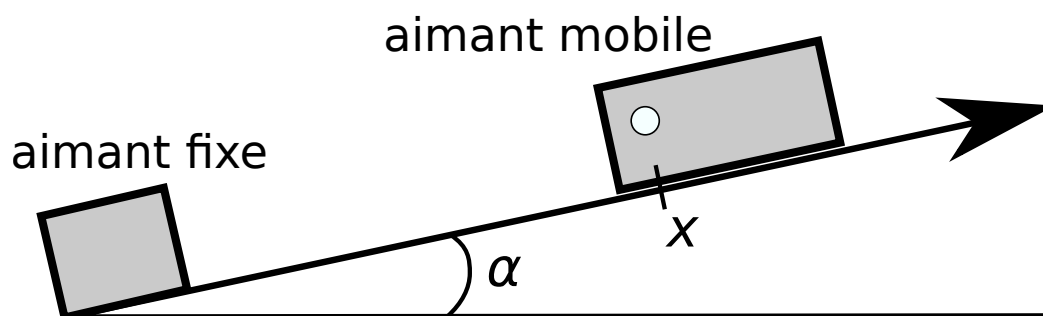
★ objectif : Comprendre le principe d'un enregistrement effectué par une caméra numérique et son exploitation pour en déduire vitesse, accélération, etc. Mesurer une loi de force. Mettre en évidence des effets non linéaires.

Le but du TP est d'exploiter des **enregistrements numériques** du mouvement d'un objet à l'aide d'outils informatiques. On peut généralement décomposer ce type d'expérimentation en trois phases : acquisition de la vidéo, traitement automatique ou manuel de la vidéo, exploitation des données.

→ **Le dispositif étudié n'est pas installé aujourd'hui. Je vous fournis la vidéo de l'expérience et le fichier Regressi qui donne la position $x(t)$ en fonction du temps t . Ces deux fichiers sont disponibles sur le *Cahier de Prepa*³. On n'exploitera pas non plus la vidéo directement, le travail est déjà fait, mais il faut comprendre le principe.**

Le système étudié

Il comporte un rail à coussin d'air incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, sur lequel peut se déplacer un mobile. Sur le mobile et sur le rail ont été collés deux aimants, dans une configuration où ils se repoussent.



7.1 Principe de l'obtention de données par caméra numérique

7.1.1 Acquisition numérique

Cette partie n'est pas exploitée dans ce TP mais les contraintes rencontrées lors de l'acquisition sont à connaître. L'acquisition de la vidéo (c'est-à-dire une suite d'images) se fait à l'aide d'une caméra numérique (webcam, smartphone, etc). Plusieurs précautions sont à prendre en compte :

★ Il faut effectuer une **calibration spatiale** de l'observation. En effet, les distances et notamment la taille des objets sur l'image dépendent de la distance à la caméra ! Il faut donc placer dans le champ de la caméra (au moins) un objet dont la taille est précisément connue. Il faut aussi se placer suffisamment loin de l'expérience pour limiter les problèmes de parallaxe.

★ Il faut aussi effectuer une **calibration temporelle**. Par exemple en connaissant, voire en choisissant, le nombre d'images acquises par seconde. Une autre astuce très archaïque consisterait à placer l'écran d'un chronomètre dans le champ de la caméra.

★ En vue d'un traitement automatisé par détection de contour, il faut soigner l'éclairage et judicieusement choisir les textures et couleurs des objets à filmer. En effet, la détection automatique est d'autant plus efficace que le contraste entre objets mobiles et le fond est grand.

7.1.2 Traitement automatisé

Il est éventuellement possible de repérer manuellement image par image la position d'un objet mobile. Mais ce travail s'avère fastidieux si le nombre d'image est grand, ou si le travail doit être effectué fréquemment ! **On**

3. Répertoire *Physique/TP/Données TP exploitation vidéo* à l'adresse https://cahier-de-prepa.fr/pc*-roosevelt/docs?rep=12 mais la vidéo risque d'être longue à télécharger donc je peux la fournir en clé USB.

utilise donc si possible un logiciel qui mesure automatiquement pour chaque image la position d'un objet pointé. Ces logiciels se basent sur la différence de luminosité entre pixels pour détecter et suivre un objet désigné par l'utilisateur⁴. Par exemples des modules de **LatisPro** ou **Regressi** permettent ce traitement automatisé.

7.2 Exploitation directe des grandeurs cinématiques

Commencer par ouvrir avec **Regressi** le fichier de données « aimant V8.rw3 ». Il contient plusieurs mesures de la position $x(t)$ du mobile en fonction du temps.

1. Tracer la position x en fonction du temps. D'après le graphe, est-ce un oscillateur harmonique ? Un oscillateur harmonique amorti ? Un oscillateur non harmonique ? Un oscillateur non harmonique amorti ? Justifiez la réponse.
2. Calculer la vitesse v puis tracer la vitesse en fonction du temps. Mêmes questions.
3. Calculer l'accélération a puis tracer l'accélération en fonction du temps. Mêmes questions.
4. Tracer le portrait de phase, c'est-à-dire l'évolution de la vitesse v en fonction de la position x .
 - (a) Indiquer le sens de parcours.
 - (b) D'après le portrait de phase, est-ce un oscillateur harmonique ? Un oscillateur harmonique amorti ? Un oscillateur non harmonique ? Un oscillateur non harmonique amorti ? Justifiez la réponse.
 - (c) Où se situe la position d'équilibre stable ?

7.3 Démarche d'investigation

7.3.1 Détermination de l'angle d'inclinaison

La vidéo a été redressée pour que le rail semble horizontal sur les images. Mais il est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

5. Proposer et mettre en place une ou plusieurs méthodes pour déduire l'angle d'inclinaison α à partir des mesures de $x(t)$, $v(t)$ et $a(t)$. On pourra ensuite comparer à une mesure directe sur une image de la vidéo.

7.3.2 Détermination de la loi de force entre deux aimants

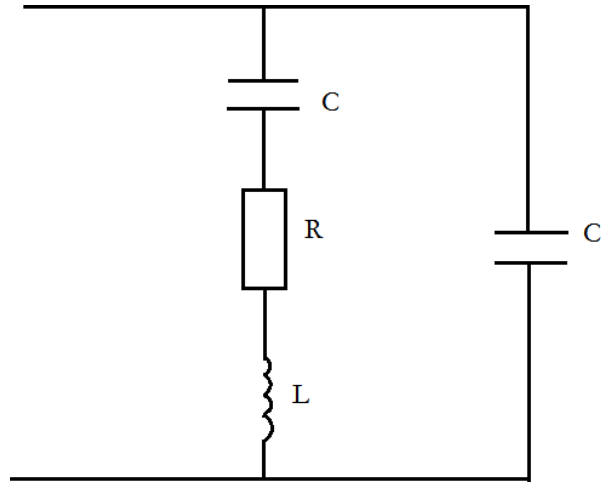
La force subie par l'aimant mobile de la part de l'aimant fixe dépend de la distance entre aimants. On la notera $\vec{F}(x)$.

6. Proposer et mettre en place une ou plusieurs méthodes pour déduire la loi de force $F(x)$ à partir des mesures de $x(t)$, $v(t)$ et $a(t)$. On pourra chercher une loi de force du type $F(x) = ax^n$.

4. Numériquement, une dérivée première discrète (c'est-à-dire une différence entre deux pixels adjacents) permet de repérer un contour donné. La détection peut aussi être peaufinée en prenant en compte une annulation de la dérivée seconde discrète.

8 Caractérisation d'un circuit (CCMP)

On étudie un composant inconnu modélisé de la façon suivante :



1. Partir théorique : mettre l'impédance du circuit sous la forme $\underline{Z} = \frac{a(\omega) + jb(\omega)}{c(\omega) + jd(\omega)}$. Établir que la condition de résonance (pour $\text{Im}(\underline{Z}) = 0$) est donnée par $(1 - \omega^2/\omega_r^2)(1 - \omega^2/\omega_c^2) = -\omega^2/(Q^2\omega_r^2)$. Exprimer Q , ω_r et ω_c .
2. Proposer un protocole de mesure de \underline{Z} en fonction de ω .
3. Par des mesures fines de \underline{Z} en fonction de ω , déterminer ω_c et ω_r .
4. Déterminer C' .
5. Déterminer R , L , C .