O5 : Réseaux de diffraction : exemple de dispositif interférentiel à N ondes

cadre du programme : superposition de N ondes quasi-monochromatiques, cohérentes, de même amplitude et de phase en progression arithmétique avec $N \gg 1$.
notation : Les N ondes indicées par l'entier $i \in [\![0, N-1]\!]$ s'écrivent : $s_i(t) = S \cdot \cos(\omega t + i \cdot \Delta\phi)$ où $\Delta\phi$ est le déphasage entre deux ondes successives.

1 Dispositifs expérimentaux : réseaux de diffraction

Le principe est de produire un motif périodique de séparation du front d'onde. Les plus courants sont les réseaux de diffraction à transmission ou réflexion, cf figure suivante.

1.1 Comment générer N ondes cohérentes ?

def : Un **réseau en transmission** est un composant comportant une succession de lignes opaques et transparentes microscopiques. Les lignes sont invisibles à l'œil nu et globalement le réseau parait transparent. Mais quand on regarde un objet éclairé en lumière naturelle à travers un réseau, il apparait des couleurs de type « arc-en-ciel » issues de la décomposition de la lumière. Pour caractériser un réseau, on donne souvent le nombre n de lignes opaques par unité de longueur, ou bien la distance a entre deux lignes opaques successives appelée « pas du réseau ». Ces grandeurs sont reliées par $\boxed{a = 1/n}$.

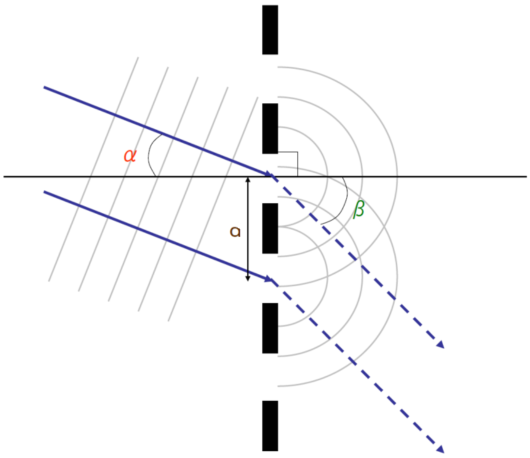


FIGURE 1 – Réseau de diffraction en transmission constitué de N fentes.

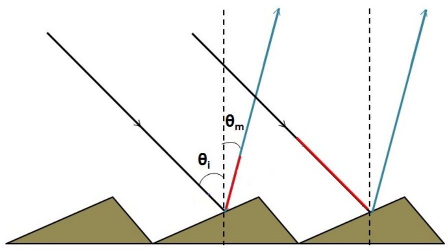


FIGURE 2 – Réseau de diffraction en réflexion, constitué de N miroirs parallèles non coplanaires.

ex : Un réseau de pas $a = 10\ \mu$m $= 10^{-5}$ m est de $n = 10^5$ m^{-1} = 100 traits par mm.

application : La plupart des spectromètres décomposent la lumière avec un réseau de diffraction en réflexion. Plus anecdotique, le réseau de sillons gravés sur un CD ou DVD est l'origine des irisations colorées à sa surface.

| schéma : *Montage de Fraunhofer : angle d'incidence θ_0, réseau en transmission de pas a, angle de rayon transmis θ.*

Réalisation pratique : En TP, vous avez déjà utilisé le goniomètre pour réaliser un montage de Franhofer, que nous réviserons cette année.

1.2 Observations expérimentales : influence du nombre N d'ondes

prop : **Plus le nombre N d'ondes interférant est grand** :
⋆ plus les franges brillantes sont fines et intenses,
⋆ plus nombreuses sont les annulations d'intensité entre deux franges brillantes,
⋆ plus les maxima secondaires sont sombres.

simulation : `http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optiondu/interfres.html`

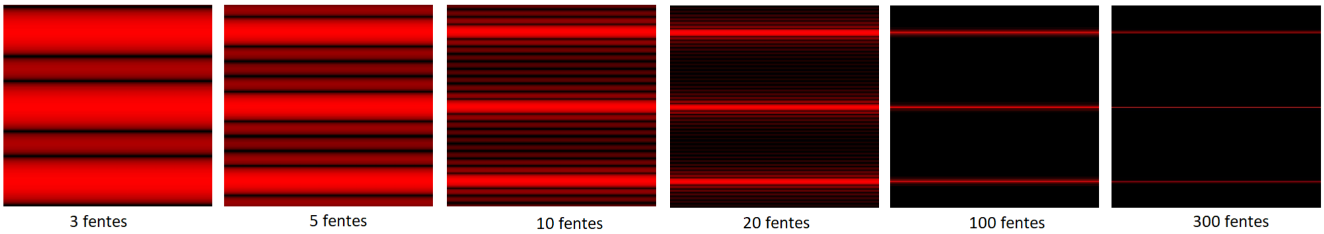


FIGURE 3 – Simulation étudiant l'influence du nombre N de fentes sur la figure d'interférence.

interprétation : Plus il y a d'ondes qui interfèrent, plus elles vont se compenser pour donner une intensité résultante très faible... sauf dans les cas particuliers où elles sont en phase [1].

prop : **Condition d'interférences constructives** : Un maximum d'intensité correspond à un déphasage $\Delta\phi$ entre ondes successives multiple de 2π : $\Delta\phi = p \cdot 2\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$.

1.3 Observations expérimentales : influence de la longueur d'onde

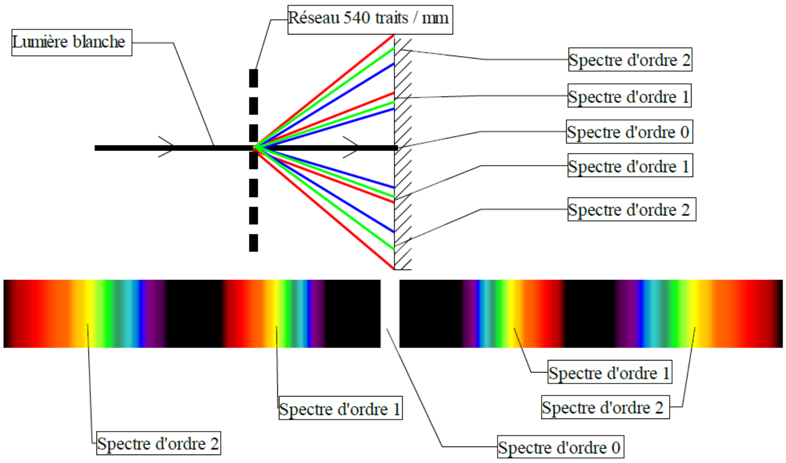


FIGURE 4 – Un réseau de diffraction sépare les composantes de la lumière. En effet, le rouge est plus diffracté que le bleu.

applications : En utilisant une lampe, un réseau et un appareil de mesure d'angles comme un goniomètre (cf TP), on mesure les angles θ associés à différentes longueur d'onde λ et ordre p. Alors :

- ⋆ Si on connait les λ de la lampe, on peut en déduire le pas a du réseau.
- ⋆ Si on connait le pas a du réseau, on peut en déduire les λ d'une lumière inconnue.

1.4 Observations expérimentales : influence de la taille finie des fentes

prop : Soit un réseau de fentes de largeur b espacées de $a > b$. Les pics de diffraction dus au pas a sont principalement visibles dans le cône de diffraction dû à la largeur b. Cela limite la zone d'observation des pics. Voir figure 5.

rq : Cf chapitre O3, le même phénomène est présent dans la figure d'interférences des trous d'Young.

1. CE : Expliquer qualitativement l'influence de N sur l'intensité et la finesse des franges brillantes observées.

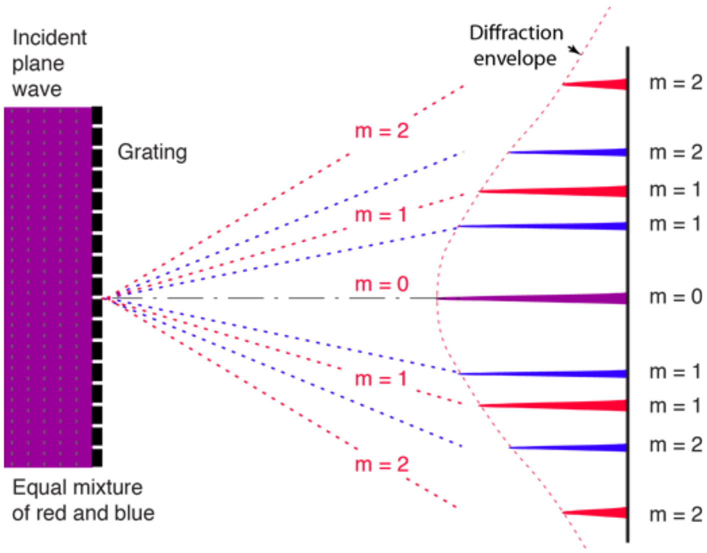


FIGURE 5 – Limitation du nombre de pics visibles par la largeur finie des fentes.

2 Calcul des propriétés du réseau en transmission

2.1 Calcul des angles de diffraction des maxima d'intensité

prop : Pour un réseau de diffraction en transmission de pas a éclairé sous incidence θ_0, les interférences constructives de longueur d'onde λ_0 sont observées dans la direction θ donnée par :

$$\boxed{\textbf{formule des réseaux :} \qquad \sin\theta - \sin\theta_0 = p\frac{\lambda_0}{a}} \tag{1}$$ [2]

avec l'ordre d'interférence $p \in \mathbb{Z}$ entier.

démo : *Commencer par calculer la différence de marche entre deux rayons successifs.*

2.2 Limitation du nombre d'ordres observables

prop : En pratique, on n'observe qu'un nombre limité d'ordres transmis, donc un intervalle restreint de valeurs de p possibles. En incidence normale, la valeur maximale de $|p|$ est $p_{\max} = \lfloor \frac{a}{\lambda} \rfloor$ (partie entière de a/λ).

démo : *Utiliser la formule des réseaux.*
application : *Avec la raie verte d'une lampe à vapeur de mercure ($\lambda = 546$ nm), on éclaire en incidence normale un réseau en transmission de 500 traits par mm. Déterminer le nombre d'ordres observables.*

2.3 Détermination de la largeur des franges brillantes

prop : La première annulation après une frange brillante correspond à un déphasage entre ondes successives de $\boxed{\Delta\phi_{\text{annulation}} = \frac{2\pi}{N}}$ [3]. La largeur d'une frange est donc de $4\pi/N$.

interprétation : On retrouve bien $\Delta\phi_{\text{annulation}}$ petit si N grand.

démo : *Par le calcul, exprimer l'amplitude complexe de l'onde résultante de la somme des $\underline{s}_i = S \cdot e^{ji\Delta\phi}$.*
autre démo : *Par représentation graphique dans le plan complexe, remarquer que l'onde résultante $\underline{s}$ est nulle quand $\Delta\phi = 2\pi/N$.*

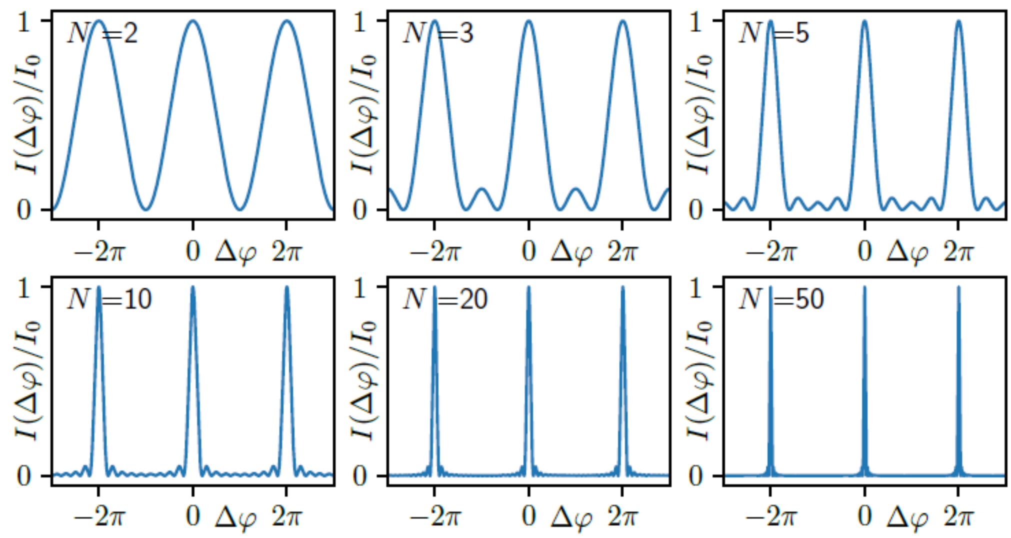
2. CE : Établir et utiliser la formule indiquant la direction des maxima d'intensité derrière un réseau de fentes rectilignes parallèles.
3. CE : Établir par le calcul la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.

2.4 Détermination de l'intensité résultante

exo : *Dans le cas de N ondes cohérentes de même amplitude dans la situation où le déphasage $\Delta\phi$ entre deux ondes successives est constant, démontrer que l'intensité résultante en un point est :*

$$I = I_{\max} \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

Voici le graphe de l'intensité lumineuse en fonction du déphasage pour différentes valeurs [4] du nombre N de fentes :



4. En exercice de trigo, on peux montrer que dans le cas $N = 2$, on retombe sur la formule de Fresnel).