TDO5 : Réseaux de diffraction : exemple de dispositif interférentiel à N ondes

Savoirs

• Interférences entre N ondes cohérentes : condition d'interférences constructives (formule des réseaux en transmission), demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes, intensité lumineuse.

Interro de cours

1. On dispose de l'amplitude complexe d'une onde sinusoïdale. Quelle opération mathématique donne le signal réel ? L'amplitude ? La phase à l'origine ?
2. Pour des interférences à N ondes. Comment varie la finesse des franges avec N ? Et l'intensité ?
3. Donner la formule des réseaux pour un réseau en transmission.
4. Donner le déphasage entre ondes successives correspondant à la première annulation après une frange brillante.

Savoir-faire

• Établir et utiliser la formule indiquant la direction des maxima d'intensité derrière un réseau de fentes rectilignes parallèles. *Tous les exos.*
• Établir par le calcul la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes. *Cf cours.*

1 Mesure du pas du réseau (*)

On éclaire en incidence normale un réseau constitué de n traits par unité de longueur, avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 630$ nm. On place en sortie parallèlement au réseau une lentille $f' = 25$ cm. On observe l'ordre 1 à une distance $d = 2,4$ cm du foyer image. Déterminer la valeur de n.

2 Distinction du doublet du sodium (**)

On considère un réseau de N fentes, espacées d'une distance d. Ce réseau est éclairé par une onde plane faisant un angle θ_0 avec l'axe optique. On admet (démo de cours) que la différence de marche entre deux rayons successifs émergeant du réseau avec un angle θ par rapport à l'axe optique est donnée par $\delta = d(\sin\theta_0 - \sin\theta)$. Soit $\underline{s}_0(t) = s_0 \cdot e^{j\omega t+\varphi}$ la notation complexe associée à l'onde réémise par le premier trou (qu'on prend comme origine des phases).

1. Justifier qualitativement pourquoi la notation complexe de l'onde résultant de la superposition des N ondes transmises s'écrit :
$$\underline{s} = \underline{s}_0 + \underline{s}_0 \cdot e^{-j2\pi\delta/\lambda} + \underline{s}_0 \cdot e^{-j2\pi 2\delta/\lambda} + \cdots + \underline{s}_0 \cdot e^{-j2\pi(N-1)\delta/\lambda}. \quad (1)$$
2. Montrer que $\underline{s}$ peut se réécrire comme :
$$\underline{s}(t) = \underline{s}_0 \cdot e^{-j\pi(N-1)\delta/\lambda} \left[\frac{\sin(N\pi\delta/\lambda)}{\sin(\pi\delta/\lambda)}\right]. \quad (2)$$
3. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse résultante $I = K\langle s^2(t)\rangle$.
4. À quelle condition sur δ observe-t-on des maxima d'intensité ? En déduire la formule des réseaux $\sin\theta_{-}\sin\theta = n\lambda/d$ (n entier) donnant l'angle pour lequel on observe le n-ième pic d'interférence pour la longueur d'onde λ.
5. Comment évolue la largeur des pics d'interférences avec le nombre de fentes total N ?
6. On éclaire un réseau de 500 traits par mm en incidence normale avec le doublet du sodium ($\lambda_1 = 589,0$ nm et $\lambda_2 = 589,6$ nm).
   (a) Que vaut d ?
   (b) Donner les angles θ_1 et θ_2 où on observe les pics d'ordre $n = 1$ de ces deux longueurs d'onde. (AN)
   (c) Exprimer l'angle θ_2' donnant la demi-largeur du pic associé à λ_2, en fonction du nombre de fente N, λ_2 et d. Peut-on distinguer les raies pour $N = 100$?

3 Irisation des disques (**)

Quand on observe la face gravée d'un CD éclairé en lumière blanche, de nombreux reflets colorés sont présents. Ces reflets semblent plus rares dans le cas de l'observation d'un DVD, et sont quasiment absents dans le cas d'un disque Blu-Ray !

Question : **Expliquer cette observation en vous appuyant sur des valeurs numériques calculées.**

Données : *Distance entre sillons de gravure pour différents disques :*

CD	DVD	Blu-Ray
$1,6\ \mu$m	$0,74\ \mu$m	$0,30\ \mu$m

4 Détermination des ordres observables (*)

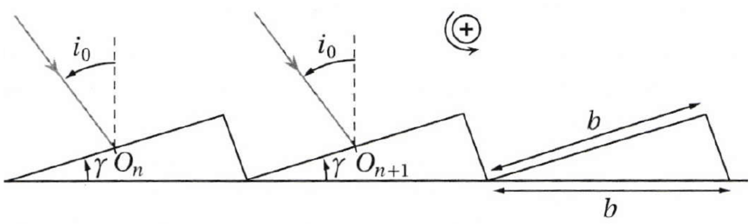
Considérons un réseau de diffraction de pas a éclairé sous incidence θ_0 par une raie de longueur d'onde λ. On souhaite écrire un code [1] pour déterminer l'ensemble des raies diffractés en récupérant leur ordre p et angle θ. Compléter les boucles du code [2] suivant pour obtenir dans la liste `ordres` les listes des $[p, \theta]$ observables.

```
from math import sin, asin #sinus et arcsinus, angles en radian

def sintheta(p,lambda_raie,a,theta0):
    """ formule du reseau de diffraction, renvoie sin(theta) pour
    ordre p, pas a, longueur d'onde lambda_raie, angle d'incidence theta0"""
    return p*lambda_raie/a + sin(theta0)

# valeurs des parametres
a = 2e-06             # pas du reseau en m
theta0 = 1            # angle d'incidence
lambda_raie = 532e-9 # longueur d'onde en m


# initialisations
ordres = []           # liste des [ordre,angle]
# l'ordre 0 existe toujours
p = 0
out = sintheta(p,lambda_raie,a, theta0)   # sin(theta) pour ordre 0

# balayer les p >= 0
while out ### a completer

# balayer les p < 0
### a completer
```

1. En `Python`, on n'a pas le droit de nommer une variable `lambda` qui est réservé aux *fonctions anonymes*.
2. Vous pouvez le télécharger sur le Cahier de Prépa, nom *script_TDO5_reseau_incomplet*.

5 Réseau en échelettes (***)

Les réseaux des spectromètres sont en général constitués de motifs en « échelettes » où les rayons sont réfléchis par une surface métallique. Les triangles de la figure sont isocèles de grand côté b, le plus petit angle est γ. On note O_n le milieu du grand côté de la n^e échelette. Le réseau éest éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ sous un angle $i_0 > 0$ par rapport à la normale du support.



1. Donner une première raison pratique qui explique pourquoi les spectromètres contiennent plutôt un réseau en réflexion qu'en transmission ?
2. On considère deux rayons parallèles réfléchis par deux échelettes voisines en faisant un angle $i < 0$ par rapport à la normale du support. Ils peuvent ensuite interférer par focalisation par une lentille convergente. Calculer la différence de marche entre ces deux rayons.
3. En déduire la formule des réseaux en réflexion correspondant à la condition d'interférence constructive.
4. On admet que l'intensité est maximum dans la direction donnée par la loi de Snell-Descartes de la réflexion. Donner son angle i_{max} en fonction de i_0 et γ.
5. On considère un réseau de 100 traits/mm éclairé sous $i_0 = 2\gamma$. Déterminer γ pour que le maximum de réflexion corresponde à l'ordre 5 pour $\lambda = 550$ nm.
6. Pour un réseau en transmission, quel ordre correspond nécessairement au maximum d'intensité ? En quoi un réseau en réflexion peut être plus intéressant dans ce cadre ?

6 Minimum de déviation (**)

Considérons un réseau de diffraction en transmission de pas a éclairé sous incidence θ_0 par un faisceau de longueur d'onde λ. on note θ_p l'angle sous lequel est envoyé l'ordre p après le réseau. On cherche à montrer que la déviation du faisceau présente un minimum. Cette propriété sera exploitée en TP.

1. Définir la déviation D en fonction de θ_p et θ_0.
2. Différentier la formule des réseaux par rapport à θ_0 pour en déduire l'expression de $dD/d\theta_0$ en fonction de θ_p et θ_0.
3. En déduire qu'au minimum de déviation pour un ordre $p \neq 0$, $\theta_p = -\theta_0$.
4. On note D_m la valeur minimale de la déviation D. Montrer que $2\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = p\frac{\lambda}{a}$.