

# TDT1 : Machines thermiques avec écoulement stationnaire

## Savoirs

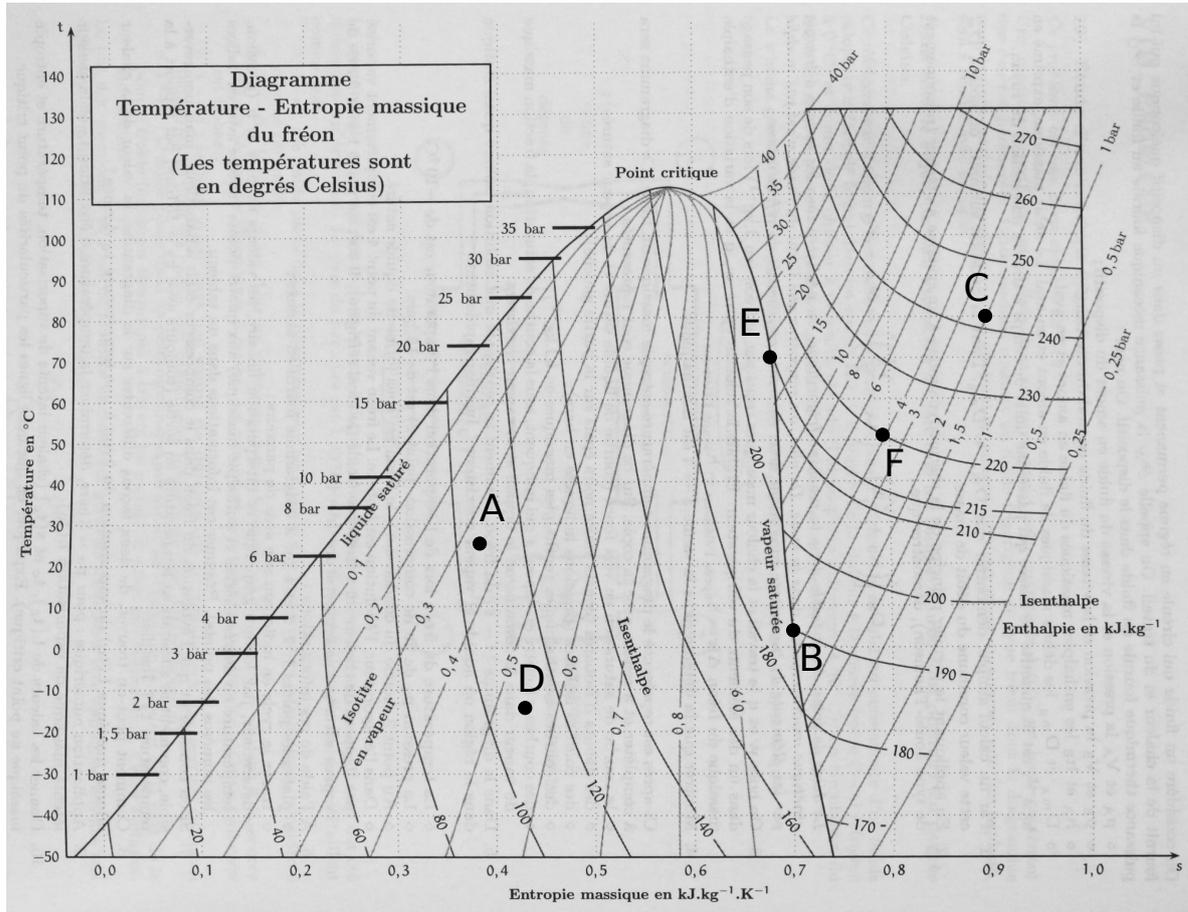
- Élément d'une machine thermique, écoulement stationnaire, débit massique. Principes de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire (version énergie et version puissance).
- Utilisation de diagrammes  $(p, v)$ ,  $(p, h)$ ,  $(T, s)$  pour l'étude de machines thermiques avec écoulement stationnaire.

## Savoir-faire

- Lecture et utilisation des diagrammes. Repérer zones liquide/mélange/gaz, interpréter la position relative de deux courbes iso- de même nature.
- Application et démonstration des principes de la thermo à un système ouvert en écoulement stationnaire.
- Exploiter les principes de la thermo sous forme différentielle. Cf *exo 2*.

## Interro de cours

1. Donner les unités de l'énergie interne massique  $u$ , de l'entropie massique  $s$  et du débit massique  $D_m$ .
2. Donner les signes de  $w_u$ ,  $q_c$  et  $q_F$  pour un moteur, un réfrigérateur et une pompe à chaleur. Définir un rendement pour le moteur et une efficacité pour les deux autres.
3. Exploitation de diagramme :



(a) Par lecture graphique directe, compléter le tableau suivant :

| point | température<br>$T$ (°C) | entropie massique<br>$s$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) | pression<br>$p$ (bar) | enthalpie massique<br>$h$ (kJ.kg <sup>-1</sup> ) | fraction massique<br>en gaz $x_g$ |
|-------|-------------------------|--|-----------------------|--|-----------------------------------|
| A     |                         |  |                       |  |                                   |
| B     |                         |  |                       |  |                                   |
| C     |                         |  |                       |  |                                   |

- (b) C'est le diagramme du fréon. Extraire une valeur numérique du graphe permettant de justifier que ce n'est pas de l'eau.
- (c) Déterminer la chaleur latente de vaporisation du fréon à  $0^\circ\text{C}$ .
- (d) Sans utiliser de courbes isotitres, déterminer la fraction massique en gaz du point D :

## 1 Des éléments de machine avec écoulement (\*)

### 1.1 Compresseur

Un compresseur centrifuge horizontal amène de l'air initialement à  $300\text{ K}$ ,  $1\text{ bar}$  jusqu'à une pression de  $6\text{ bar}$  sans variation notable de vitesse. Il est entraîné par un moteur de puissance  $1,5\text{ kW}$ . Le débit massique est de  $6,5\text{ g.s}^{-1}$ . L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique de masse molaire  $M = 29\text{ g.mol}^{-1}$ . Calculer la température de l'air à la sortie du compresseur.

Données : capacité thermique massique à pression constante d'un gaz parfait :  $c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)}$  avec  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$ .

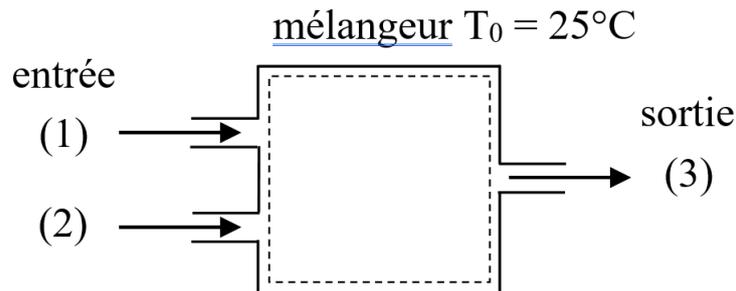
### 1.2 Tuyère (cas $\Delta e_m \neq 0$ )

Un gaz parfait subit une détente dans une tuyère de section d'entrée  $S_1$  et de section de sortie  $S_2$ . Le gaz entre à la vitesse  $v_1$ . La tuyère est considérée comme parfaite : le gaz y subit une transformation adiabatique réversible.

1. Que vaut la vitesse de sortie  $v_2$  en fonction de  $v_1$ ,  $S_1$  et  $S_2$ .
2. Rappeler l'expression générale du premier principe de la thermodynamique dans le cas d'un système ouvert traversé par un fluide en régime d'écoulement permanent, en explicitant les différents termes.
3. Donner l'expression de la variation de température entre l'entrée et la sortie de la tuyère dans le cas d'un gaz parfait en écoulement permanent en fonction de  $v_1$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  et  $c_p$  (capacité thermique massique à pression constante).

### 1.3 Mélangeur (cas avec plusieurs entrées)

Un écoulement d'eau à la température  $T_1 = 10^\circ\text{C}$  pénètre par l'entrée (1) d'un mélangeur centrifuge et isobare dans lequel règne une pression de  $1\text{ bar}$ . Il s'y mélange avec un écoulement de vapeur d'eau à la température  $T_2 = 150^\circ\text{C}$  entrant par l'entrée (2). L'écoulement résultant du mélange isobare des deux fluides émerge de la chambre à la température  $T_3 = 50^\circ\text{C}$ . On note  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  la température du milieu extérieur autour du mélangeur, dans son environnement immédiat (elle est supposée uniforme et constante). On se place en régime permanent. Les variations d'énergies cinétique et potentielle du fluide sont négligées.



| état | $h$ ( $\text{kJ/kg}^{-1}$ ) | $s$ ( $\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) |
|------|-----------------------------|---|
| 1    | 42                          | 0,151                                     |
| 2    | 2746                        | 6,838                                     |
| 3    | 209,6                       | 0,703                                     |

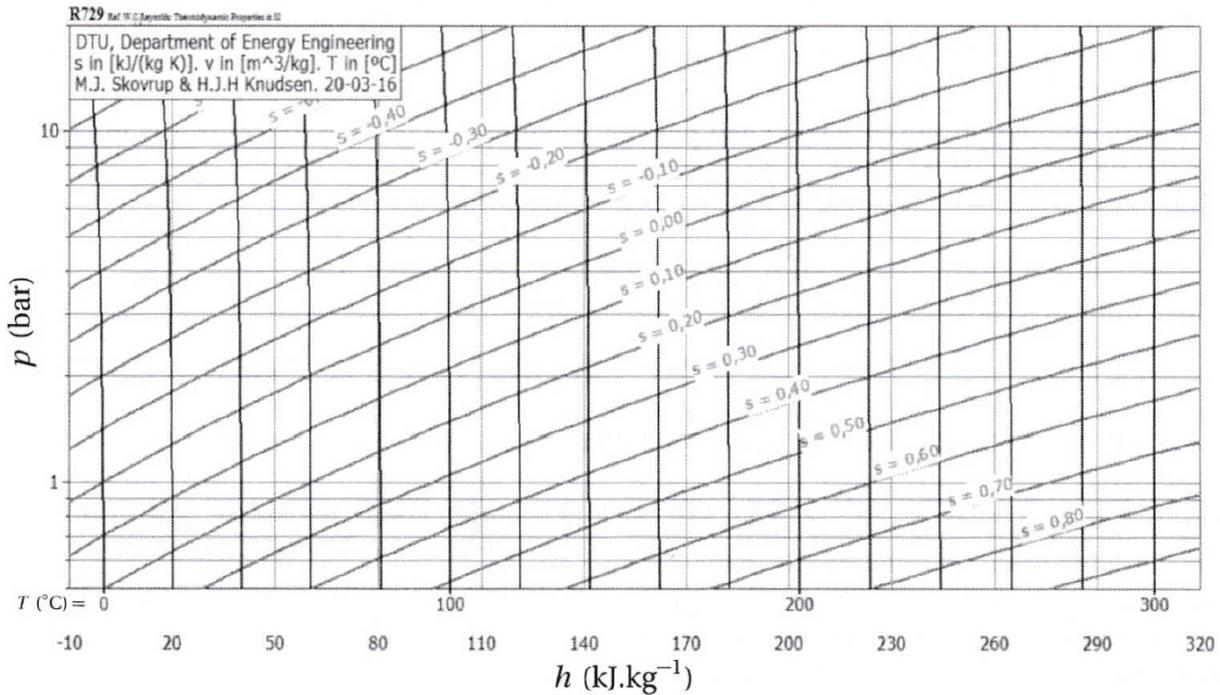
On donne les débits massiques des écoulements entrants :  $D_{m1} = 0,938\text{ kg.s}^{-1}$  ;  $D_{m2} = 0,062\text{ kg.s}^{-1}$ , ainsi que les valeurs thermodynamiques regroupées dans le tableau.

1. Calculer le débit en sortie.
2. Le mélangeur comporte plusieurs entrées ou sorties de différent débit. Comment réécrire le premier principe appliqué au mélangeur prenant en compte ces débits ? En déduire la puissance thermique cédée par le fluide à l'extérieur. Commenter.

3. De même, le deuxième principe se réécrit en prenant en compte les différents débits. Établir l'expression littérale et la valeur numérique du taux de création d'entropie  $\dot{S}_{cr} = D_m s_{cr}$  dans le mélangeur. Commenter.

#### 1.4 Compresseur adiabatique

Un écoulement d'air de débit massique  $D_m = 9,0 \text{ g.s}^{-1}$  entre à l'état  $A$  ( $p_A = 1 \text{ bar}$ ;  $T_A = 293 \text{ K}$ ) dans un compresseur adiabatique et en sort à l'état  $B$  ( $p_B = 5 \text{ bar}$ ;  $T_B$ ). La puissance délivrée par le compresseur en fonctionnement est  $\mathcal{P} = 2,0 \text{ kW}$ . L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique caractérisé par un coefficient  $\gamma = 1,4$  et de masse molaire  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ .



**Figure 4.24.** Diagramme  $(p, h)$  de l'air fourni par le logiciel CoolPack.

1. Calculer la température de sortie du compresseur  $T_B$ .
2. En utilisant le diagramme  $(p, h)$  de l'air donné en figure 4.24, déterminer l'entropie massique créée dans le compresseur.
3. Quelle devrait être la valeur du débit massique pour que le passage dans le compresseur soit réversible?

## 2 Température d'un conducteur ohmique

Un fil cylindrique de cuivre de longueur  $L$  et rayon  $a = 0,5 \text{ mm}$  est parcouru par un courant électrique continu d'intensité  $I$ . Ce fil est plongé dans l'air à température  $T_0 = 273 \text{ K}$  auquel il cède le flux thermique  $\delta Q/dt = hA(T - T_0)$  avec la température  $T$  du fil, la surface latérale  $A$  et la constante  $h = 14 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$ . On donne :

- la résistance du fil  $R = \frac{\rho L}{\pi a^2}$  avec la résistivité  $\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$ ,  $\rho_0 = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega.\text{m}$  et  $\alpha = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,
- masse volumique du fil  $\mu = 8,89 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,
- capacité thermique massique du fil  $c = 420 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

1. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans le fil en fonction notamment de  $T$ .
2. On suppose que la fil a une température  $T_p$  constante. En appliquant le premier principe, déterminer l'expression de  $T_p$  en fonction des données. Application numérique pour  $I = 10 \text{ A}$ .
3. Le fil est maintenant initialement à la température  $T(t = 0) = T_0$  au moment où on commence à faire passer le courant  $I$ . Établir une équation différentielle sur  $T(t)$ .
4. Montrer que suivant les valeurs de  $I$ , il existe théoriquement trois types possibles d'évolution de  $T(t)$ .

### 3 Pompe à chaleur (diag $(p, V)$ )

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'air pris dans l'état A de température  $T_0$  et de pression  $P_0$  est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'au point B où il atteint la pression  $P_1$ . Le gaz se refroidit à pression constante et atteint la température finale de la source chaude  $T_1$ , correspondant à l'état C. Puis l'air est ensuite refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique réversible pour atteindre l'état D de pression  $P_0$ . Pour finir le gaz se réchauffe à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial A.

On considère l'air comme étant un gaz parfait de coefficient isentropique  $\gamma = 1,4$ . On posera  $\beta = 1 - \gamma^{-1}$  et  $a = P_1/P_0$ . On prendra :  $T_0 = 283 \text{ K}$  ;  $T_1 = 298 \text{ K}$  ;  $a = 5$ .

- ❶ Représenter le cycle parcouru par le fluide dans un diagramme de Clapeyron  $(P, V)$ .
- ❷ Exprimer les températures  $T_B$  et  $T_D$  en fonction de  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $a$  et  $\beta$ . Calculer leurs valeurs numériques.
- ❸ Définir l'efficacité  $e$  de la pompe à chaleur à partir des quantités d'énergie échangées au cours du cycle. Montrer qu'elle s'exprime seulement en fonction de  $a$  et  $\beta$ , puis calculer sa valeur numérique.
- ❹ Quelles doivent être les transformations du fluide si on envisage de faire fonctionner la pompe à chaleur suivant un cycle de Carnot réversible entre les températures  $T_0$  et  $T_1$ ? Calculer sa valeur numérique.
- ❺ Comparer les valeurs obtenues pour  $e$  et  $e_{\text{carnot}}$ , puis interpréter la différence observée.

## 4 Climatisation d'une voiture (diag ( $p, h$ ))

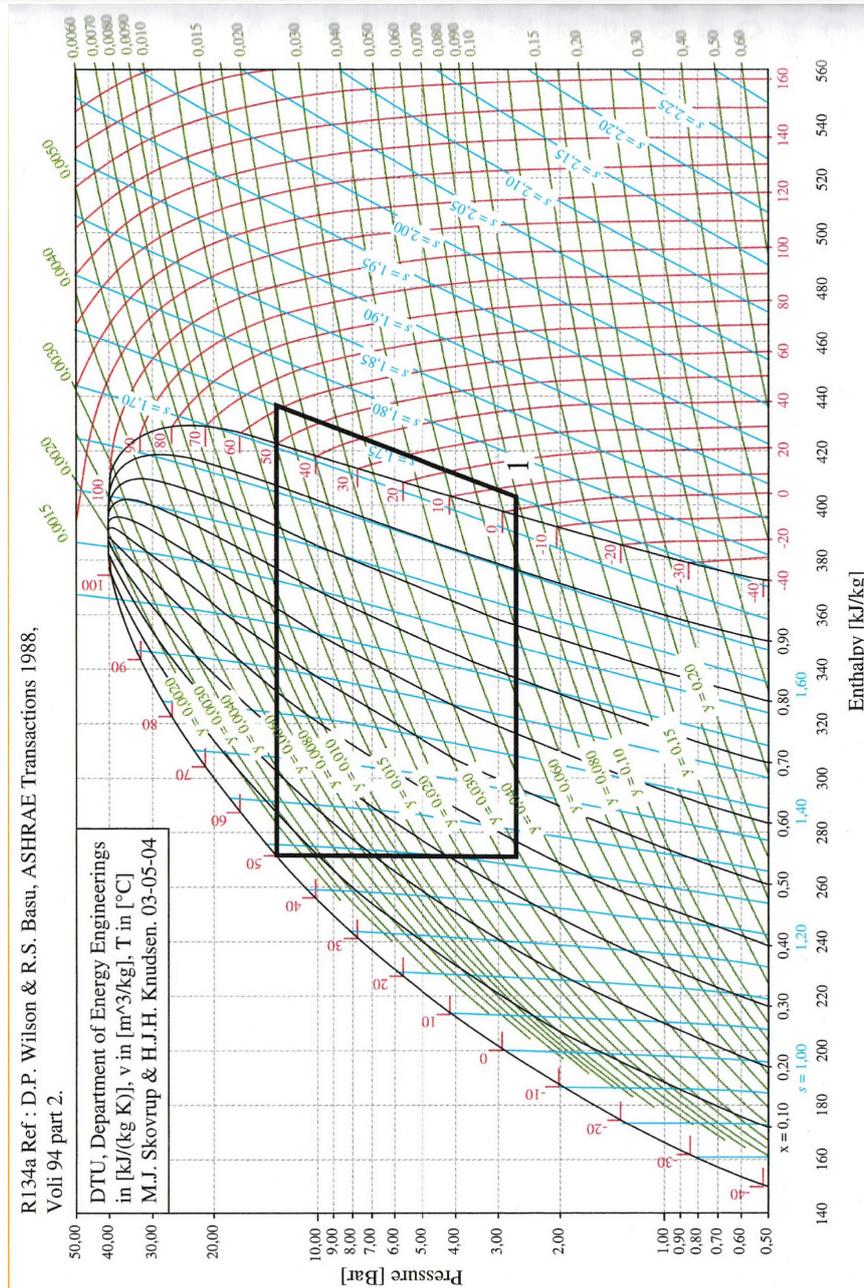
La climatisation est désormais présente sur plus de 9 véhicules neufs sur 10. Elle est composée d'un circuit d'air pulsé par ventilateur et d'un circuit frigorifique constitué d'un compresseur, d'un condenseur, d'un détendeur et d'un évaporateur, dans lesquels circule un fluide frigorigène. Le fluide utilisé par la majorité des véhicules en circulation est le **R134a**.

Après l'étude du principe de fonctionnement d'une climatisation, le problème aborde certains aspects de sa conception ainsi que la surconsommation entraînée par son fonctionnement. Pour indication, à 2400 tr.min<sup>-1</sup>, le moteur de la voiture développe une puissance motrice de 30 kW.

Dans tout le problème, la climatisation étudiée assure le maintien d'une température de l'habitacle de la voiture égale à 20 °C pour une température de l'air extérieur égale à 35 °C, grâce à un débit massique constant  $D_m = 0,15 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ .

On suppose que les conduites reliant les différents appareils sont parfaitement calorifugées et que la pression qui y règne est constante. On néglige toutes les variations de vitesse du fluide et l'on raisonne sur 1 kg de fluide.

- ① Dans quel sens est parcouru le cycle ? Justifier. A partir de l'état 1 du fluide, porter le numéro de chaque état du fluide sur le diagramme ( $P, h$ ). Donner pour chaque transformation, la nature de la transformation et le nom de l'organe traversé par le fluide (compresseur, détendeur, évaporateur et condenseur).
- ② Quelle est la valeur du travail massique échangé dans le compresseur ? Quel est son signe ?
- ③ Quelle est la valeur du transfert thermique massique avec l'air de l'habitacle ? Quel est son signe ?
- ④ Définir l'efficacité de l'installation. Calculer sa valeur numérique.
- ⑤ Quelle surconsommation relative entraîne le fonctionnement de la climatisation lorsque le moteur tourne à 2400 tr.min<sup>-1</sup> ?



## 5 Moteur à air comprimé (diag $(T, s)$ )

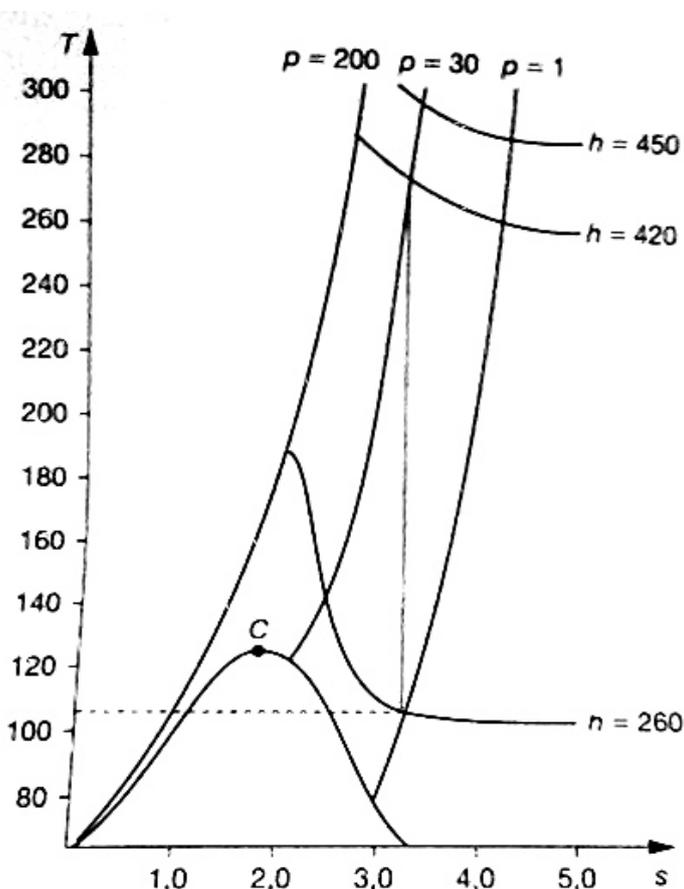
Le moteur à air comprimé pourrait être une alternative aux moteurs thermiques sans émission de gaz d'échappement. Dans un tel moteur de l'air se détend dans un détendeur, constitué d'un simple étranglement dans une canalisation calorifugée, dans lequel l'air évolue de l'état  $E_1(p_1 = 200 \text{ bar}, T_1 = 290 \text{ K})$  à l'état  $E_2(p_2 = 30 \text{ bar}, T_2)$ .

Puis l'air se détend de manière adiabatique réversible dans un moteur de l'état  $E_2$  jusqu'à l'état  $E_3(p_3 = 1 \text{ bar}, T_3)$  à la pression atmosphérique.

L'air finit ensuite son évolution dans l'atmosphère de manière isobare jusqu'à l'état  $E_4(p_4 = 1 \text{ bar}, T_4 = T_1 = 290 \text{ K})$ .

Le détendeur et le moteur sont assimilés à un système ouvert en régime stationnaire pour lequel les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle sont négligeables.

On assimile l'air à du diazote, dont on lit les propriétés thermodynamiques utiles sur le diagramme  $(T, s)$  ci-dessous où l'on a tracé la courbe de saturation, trois isobares graduées en bar et trois isenthalpiques graduées en  $\text{kJ.kg}^{-1}$ ; l'axe des températures est gradué en kelvin et l'axe des entropies en  $\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

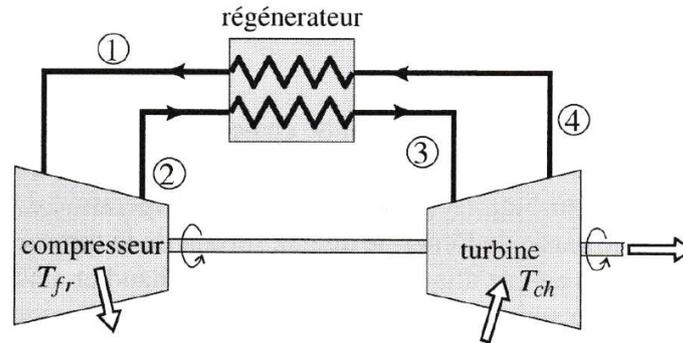


1. En appliquant le premier principe pour un système bien défini, montrer que l'évolution du gaz entre la sortie et l'entrée du détendeur se fait à enthalpie massique constante, c'est-à-dire que  $h_1 = h_2$ .
2. En appliquant le second principe pour un système bien défini, montrer que l'évolution du gaz entre la sortie et l'entrée du moteur se fait à entropie massique constante, c'est-à-dire que  $s_3 = s_2$ .
3. Placer sur le diagramme de votre sujet (que vous montrerez à l'examinateur) les points représentatifs des états  $E_1, E_2, E_3$  et  $E_4$ .
4. Calculer le travail utile récupéré par le moteur.
5. (\*\*\*) Écrire les principes de la thermodynamiques pour l'évolution globale de l'état  $E_1$  à l'état  $E_4$  supposée monotherme à la température  $T_a = 290 \text{ K}$  de l'atmosphère. En déduire que le travail massique maximum récupérable vaut  $|w|_{max} = g_1^* - g_4^*$  avec  $g^* = h - T_a s$ . Calculer le rendement  $\eta = \frac{|w|}{|w|_{max}}$ .

## 6 Cycle d'Ericsson (\*\*)

### ERRATUM :

- \* 1. Lire  $q_{12}$  et  $q_{34}$  (et non pas «  $q_{12}$  et  $q_{23}$  »).
- \* 2. Lire  $w_{u,12}$  et  $w_{u,34}$  (et non pas «  $w_{u,12}$  et  $q_{u,23}$  »).



Un gaz parfait circule en régime stationnaire dans une machine et subit le cycle de transformations suivant :

- transformation 1 – 2 : compression réversible et isotherme, à la température  $T_{fr}$  de la pression  $P_1$  à la pression  $P_2 > P_1$ ,
- transformation 2 – 3 : échauffement isobare de  $T_{fr}$  à  $T_{ch} > T_{fr}$  ;
- transformation 3 – 4 : détente réversible et isotherme, à la température  $T_{ch}$ , de  $P_2$  à  $P_1$ ,
- transformation 4 – 1 : refroidissement isobare de  $T_{ch}$  à  $T_{fr}$ .

Les transformations 2 – 3 et 4 – 1 ont lieu à l'intérieur d'un régénérateur : échangeur thermique où le fluide échange du transfert thermique avec lui même. Le régénérateur est supposé isolé thermiquement de l'extérieur. On néglige les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.

La turbine entraîne le compresseur, ainsi qu'un alternateur produisant de l'énergie électrique. On rappelle l'expression de l'entropie massique d'un gaz parfait en fonction de la température  $T$  et de la pression  $P$  :

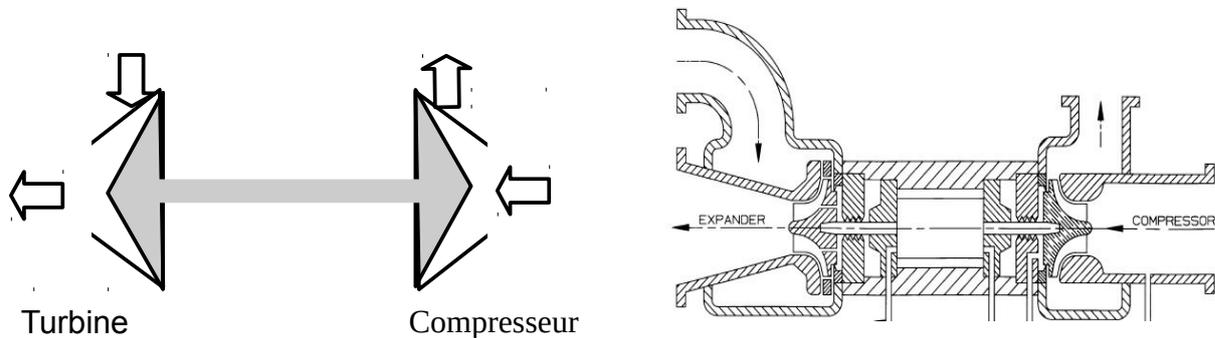
$$s(T, P) = c_p \ln \left( \frac{T}{T_{\text{réf}}} \right) - \frac{R}{M} \ln \left( \frac{P}{P_{\text{réf}}} \right) + s(T_{\text{réf}}, P_{\text{réf}}),$$

où  $T_{\text{réf}}$  et  $P_{\text{réf}}$  sont des grandeurs constantes,  $c_p$  la capacité thermique massique et  $M$  la masse molaire du gaz.

1. Exprimer les transferts thermiques massiques  $q_{12}$  et  $q_{23}$  reçus par le gaz respectivement dans le compresseur et la turbine.
2. Exprimer les travaux massiques utiles  $w_{u,12}$  et  $q_{u,23}$  reçus par le gaz respectivement dans le compresseur et la turbine.
3. En déduire le rendement de la machine. Commenter le résultat.

## 7 Cycle de Brayon inversé (\*\*)

### Document 1: Description d'un turbo-détendeur cryogénique



L'objectif de cet organe n'est pas la compression mais l'expansion du gaz à travers la turbine afin d'abaisser la température du gaz. Le design de l'admission et de la partie tournante de la turbine donnent d'abord une grande vitesse au gaz avant qu'il soit détendu par l'augmentation du volume disponible autour de l'axe. Cette détente donne un travail mécanique qu'on récupère sur l'axe et qui peut servir à compresser sur le même axe.

Cette technique d'un seul et même axe est utilisée pour les turbines à gaz dans le cycle de Brayton ou dans le cycle de Joule. Le cycle de refroidissement correspondant porte donc le nom de cycle de Brayton inversé. De multiples inventions de roulements et de lubrifications ont eu lieu et permettent des vitesses de rotation très importantes à de basses températures d'utilisation.

### Document 2: Description d'un cycle de Brayton inversé avec l'air pour fluide.

Ce cycle utilisant l'air sert à réfrigérer un fluide à  $-70^{\circ}\text{C}$ , il est schématisé en annexe. Les variations d'énergie potentielles et cinétiques entre chaque organe du cycle sont négligées par rapport aux variations d'enthalpie. Les compressions et le turbinage sont considérés comme isentropiques. La transmission de puissance est supposée intégrale entre turbine et compresseur. Les échangeurs sont considérés comme isobares. Le fluide utilisé est l'air qui est de température initiale  $-20^{\circ}\text{C}$  (état A) à 1.0 bar. L'air est comprimé de 1,0 bar à 10 bar de manière isentropique par deux compresseurs. Le premier compresseur est entraîné par la turbine du turbo-détendeur et amène l'air à l'état (B). L'air sort à l'état (C) à  $-10^{\circ}\text{C}$  après avoir parcouru un échangeur alimenté au frigorigène R134a. La sortie du deuxième compresseur est l'état (D) à 10 bar. Ce compresseur est entraîné par un moteur électrique. L'air est ensuite refroidi à  $-10^{\circ}\text{C}$  dans un deuxième échangeur au frigorigène R134a et sort à l'état E. L'air toujours comprimé entraîne ensuite la turbine en se détendant jusqu'à 1,0 bar (état F). Pour finir, l'air en traversant deux échangeurs augmente en température. Entre la température de  $-140^{\circ}\text{C}$  et  $-75^{\circ}\text{C}$ , l'air refroidit un fluide qu'on cherche à réfrigérer à  $-70^{\circ}\text{C}$  et sort à l'état G. Ensuite l'air refroidit le fluide R134a jusqu'à revenir à l'état A. Il faut d'autre part refroidir le fluide R134a par un système complémentaire.

Question 1: Rappeler le premier principe avec l'enthalpie massique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie.

Question 2: Compléter le schéma en annexe avec les lettres des différents états du cycle.

Question 3: En utilisant le diagramme  $\{\log(P),h\}$  de l'air (R729) fourni en annexe (unité des isothermes en °C, unité des isentropes en  $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), exprimer puis calculer le travail massique reçu par l'air lors de la détente isentropique de (E) à (F). En déduire le travail massique reçu par l'air lors de la compression de (A) à (B).

Question 4: Compléter le tableau de l'annexe, placer les points et tracer le cycle sur le diagramme  $\{\log(P),h\}$  de l'air en annexe.

Question 5: Exprimer et calculer le transfert thermique reçu par l'air en contact avec le fluide qui est à maintenir à  $-70^\circ\text{C}$ .

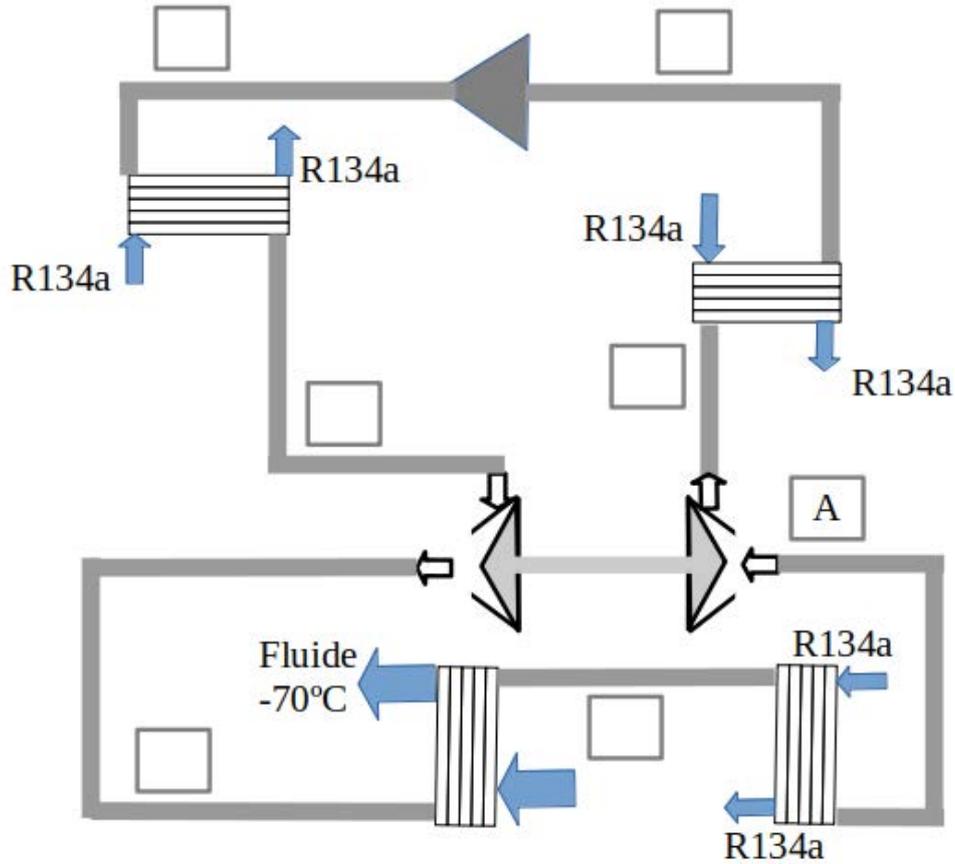
Question 6: On considère deux sources à  $-70^\circ\text{C}$  et  $-25^\circ\text{C}$ . Redémontrer, exprimer puis calculer l'efficacité de Carnot dans le cas d'une machine réversible qui refroidit la source froide grâce à du travail apporté par l'extérieur.

Question 7: En considérant que le travail du compresseur électrique soit la seule énergie dépensée, exprimer et calculer l'efficacité du cycle. Commenter.

Question 8: Quelle dépense supplémentaire faudrait-il compter pour calculer l'efficacité du cycle ?

Question 9: Exprimer et calculer le transfert thermique massique reçu du R134a par l'air dans les trois échangeurs « R134a ». En déduire le transfert thermique total reçu par le R134a.

Question 10: On considère une efficacité égale à 2 pour refroidir le fluide R134a par un système complémentaire afin de compenser les échanges avec l'air. Exprimer et calculer une nouvelle efficacité pour le système.

Question 2Question 4

| États |                    | Pression | Température           | $h(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$ |
|-------|--------------------|----------|-----------------------|-----------------------------------|
| A     | Entrée compresseur | 1,0 bar  | $-20^{\circ}\text{C}$ |                                   |
| B     | Entrée échangeur   |          |                       |                                   |
| C     | Entrée compresseur |          | $-10^{\circ}\text{C}$ |                                   |
| D     | Entrée échangeur   | 10 bar   |                       |                                   |
| E     | Entrée turbine     | 10 bar   | $-10^{\circ}\text{C}$ |                                   |
| F     | Entrée échangeur   | 1,0 bar  |                       |                                   |
| G     | Entrée échangeur   | 1,0 bar  | $-75^{\circ}\text{C}$ |                                   |

