

TP6b - Échantillonnage d'un signal

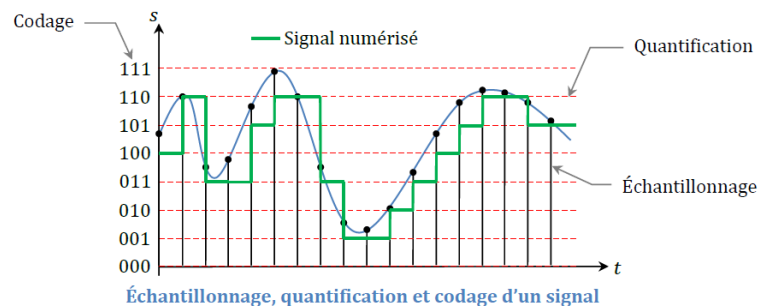
Objectifs : Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition.

Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.

Matériel : GBF, carte d'acquisition, logiciel Latis-Pro.

La plupart des grandeurs physiques (onde acoustique, température, etc) peuvent prendre des valeurs dans un intervalle continu, et sont définies dans un intervalle de temps continu. On parle de « **signal analogique** ». La plupart des capteurs convertissent le signal à mesurer en signal électrique pour faciliter son traitement. On peut alors par exemple les traiter en direct par du filtrage linéaire par des composants électroniques.

La **numérisation** consiste à coder le signal en un nombre limité de valeurs définies à l'avance. Un « **signal numérique** » est donc par essence discret. La numérisation du signal présente de nombreux avantages supplémentaires : stockage informatique de l'information, robustesse du signal vis-à-vis du bruit électronique, création de copies parfaites, traitement facilité par un programme informatique, etc.



1 Conversion analogique-numérique

Échantillonner un signal consiste à mesurer un certain nombre de points régulièrement espacés d'une durée donnée. On récupère ainsi un ensemble discret de valeurs.

def : La **période d'échantillonnage** T_e est la durée entre deux valeurs successives prélevées sur le signal analogique. La fréquence d'échantillonnage $f_e = \frac{1}{T_e}$ correspond donc au nombre de valeurs prélevées par seconde.

On s'intéressera dans ce TP aux conséquences de l'**échantillonnage**, la discrétisation des valeurs des instants. On ne développera pas la **quantification** dans ce TP mais les valeurs du signal s numérisé sont elles aussi discrétisées : on ne peut les mesurer que par paliers (dont le pas dépend du calibre de mesure choisi pour un voltmètre numérique par exemple).

2 Influence de la fréquence d'échantillonnage sur le spectre

2.1 Acquisition à haute fréquence d'échantillonnage : fidélité

Le logiciel Latis-Pro permet de contrôler la fréquence d'échantillonnage d'une acquisition en agissant sur : le nombre de points N , la durée totale d'acquisition Δt et sur la durée entre deux échantillons T_e .

But : faire l'acquisition avec Latis-Pro d'un signal de fréquence $f = 500$ Hz et période $T = 1/f$.

1. Les trois grandeurs d'acquisition N , Δt , T_e ne sont pas indépendantes. Comment les relier ?
 - Produire en sortie du GBF un signal sinusoïdal de fréquence 500 Hz.
 - On va effectuer une acquisition avec Latis-Pro. Fixer la durée d'acquisition à $\Delta t = 40$ ms. Pour cette valeur, faire plusieurs acquisitions pour des périodes d'échantillonnage entre 0,1 ms et 1 ms (pour cela on agit sur le nombre de point et/ou sur T_e).
2. Pour l'instant, on a travaillé avec $T_e \leq T/2$. Dans ce cadre, l'acquisition permet-elle de rendre compte de la période du signal initial ? L'interpréter à l'aide d'un graphe.
3. Décrire dans ce cadre, les avantages ou inconvénients de choisir une fréquence d'échantillonnage faible ou élevée.

2.2 Acquisition à basse fréquence d'échantillonnage : aliasing

On considère cette fois un signal de fréquence $f = 50$ Hz.

- Effectuer l'acquisition du signal pour une fréquence d'échantillonnage $f_e = 2f$. Commenter la mesure. La fréquence du signal numérisé est-elle la même que celle du signal de départ ? L'interpréter à l'aide d'un graphe.
- Effectuer l'acquisition du signal pour une fréquence d'échantillonnage $f_e > f$ mais proche de f . Commenter la mesure. Mesurer la fréquence apparente du signal.
- Effectuer l'acquisition du signal pour une fréquence d'échantillonnage $f_e = f$. Commenter la mesure. L'interpréter à l'aide d'un graphe. Généraliser aux fréquences d'échantillonnage sous-multiples de f .

2.3 Critère de Nyquist-Shannon

- À l'aide de vos observations, compléter le théorème suivant :

Condition de Nyquist-Shannon : Soit un signal dont la plus grande fréquence de son spectre est f . Alors, pour effectuer une mesure fidèle du spectre du signal, la fréquence d'échantillonnage f_e doit vérifier $f_e > \dots \Leftrightarrow T_e < \dots$.

- À l'aide de vos observations, compléter le théorème suivant :

Repliement du spectre : Échantillonner à f_e un signal de fréquence f tel que $f < f_e < 2f$ donne un signal de fréquence apparente plus faible : $f' = \dots$.

3 Influence de la durée d'échantillonnage sur la résolution du spectre

On peut obtenir le spectre de Fourier dans Latis-Pro avec l'outil Traitement → Analyse de Fourier.

- Observer l'influence de la fréquence d'échantillonnage sur le spectre de signal sinusoïdal précédent. Que se passe-t-il si le critère de Nyquist-Shannon n'est plus respecté ?
- Dans le cas où le critère de Nyquist-Shannon est vérifié, mesurer la largeur spectrale du pic du spectre en augmentant la durée d'acquisition en conservant la même fréquence d'échantillonnage. Que dire sur la précision de la mesure de fréquence ?

Résolution en fréquence : La résolution en fréquence Δf d'un spectre en FFT mesuré pendant une durée τ est donnée par $\Delta f \simeq \frac{1}{\tau} = \frac{1}{NT_e}$.

→ En gardant N raisonnable, il faut donc T_e suffisamment petit pour satisfaire la condition de Nyquist-Shannon... mais suffisamment grand pour obtenir une résolution suffisante. Le choix de T_e résulte donc d'un compromis !

4 Échantillonnage d'un signal quelconque

On utilise maintenant un signal rectangulaire.

- Pour visualiser le plus fidèlement possible le signal créneau, faut-il une faible ou une grande fréquence d'échantillonnage ?
 - Sur Latis-Pro, acquérir un signal créneau à $f = 1$ kHz avec une fréquence d'échantillonnage suffisamment grande. Visualiser le signal puis son spectre.
- Observer l'évolution du spectre de Fourier lorsque f_e diminue. Décrire le signal obtenu ainsi que son spectre lorsqu'on a $f_e = 2f$. Commenter l'observation en terme de filtrage.
- Comment évolue le spectre quand f_e diminue jusque f , puis diminue encore ?