

TP8 - Filtrage, induction, oscillations amorties

Objectifs :

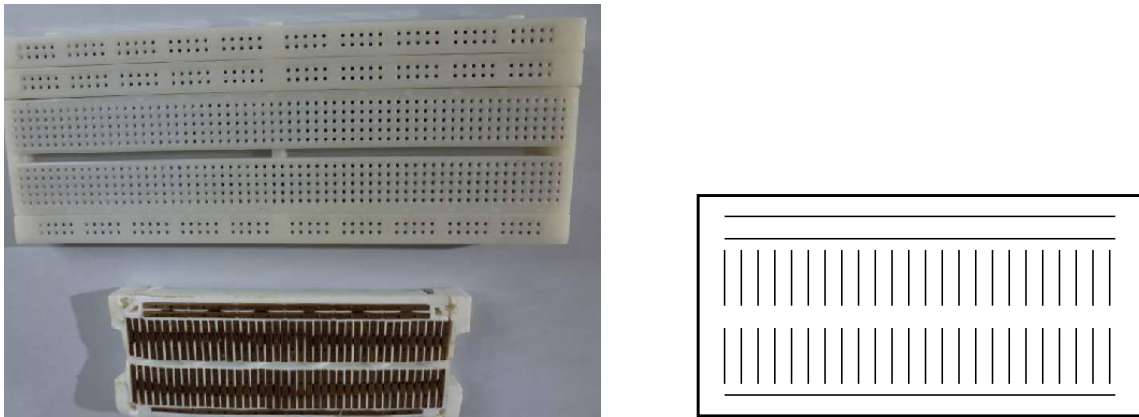
- ★ Mettre en évidence le phénomène d'induction mutuelle.
- ★ Agir sur un signal électrique à l'aide d'un filtrage.
- ★ Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire et analyser ses caractéristiques.
- ★ Réaliser pour un circuit l'étude d'un régime sinusoïdal forcé et analyser ses caractéristiques.

1 Étude d'un filtre construit sur une plaquette

Matériel : multimètre, GBF, oscilloscope, plaquette électrique, composants et fils.

1.1 Utilisation d'une plaquette

Ce TP est l'occasion de se familiariser avec un morceau de plaquette *Microlab*. Ce type de plaquette permet de faire aisément des circuits électroniques à partir des composants électroniques de base. Les circuits réalisés sont très rapidement évolutifs. Un exemple de plaquette est présenté sur la photographie ci-dessous. Sur la vue de dessus, on voit que la plaquette présente un grand nombre de trous dans lesquels on peut insérer un fil ou bien une patte d'un composant électrique. La vue de dessous permet de voir que de nombreux trous sont connectés entre eux, ce qui permet de moins utiliser de fils.



Les trous connectés entre eux sont représentés sur le schéma par des traits. Dans les parties centrales, les trous sont reliés selon des colonnes. Dans les parties proches des bords de la plaquette, les trous sont reliés selon des lignes horizontales.

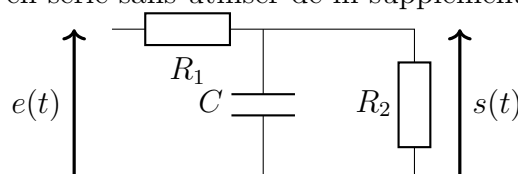
→ Attention, toutes les plaquettes ne sont pas câblées de la même manière ! Pour s'approprier une plaquette, il faut vérifier quels sont les trous connectés.

1. En utilisant un seul appareil, expliquer comment vérifier si deux trous sont ou non connectés ?

1.2 Construction du filtre

On dispose de fils ainsi que de résistances et de condensateurs à placer sur la plaquette. On choisira des résistances de l'ordre de $1 \text{ k}\Omega$ et des capacités de l'ordre de 10 nF . Câbler sur la plaquette le circuit suivant. Penser notamment à placer les composants de manière à minimiser le nombre de fils utilisés.

→ Sur une telle plaquette, il faut se demander comment on branche le plus simplement possible deux dipôles en parallèle ou deux dipôle en série sans utiliser de fil supplémentaire !



1.3 Étude du filtre

2. Proposition de protocole : Proposer et réaliser un montage pour déterminer la nature du filtre : passe-bas, passe-haut ou passe-bande. Appelez le professeur pour lui montrer la méthode.
3. Sans faire de calcul complet de fonction de transfert, vérifiez votre résultat en déterminant la nature du filtre par des équivalents des composants à basse et haute fréquence.

2 Induction propre, induction mutuelle

Matériel : multimètre, GBF, oscilloscope, deux bobines similaires, 2 boîtes de résistance AOIP $\times 100$.

2.1 Présentation de l'étude

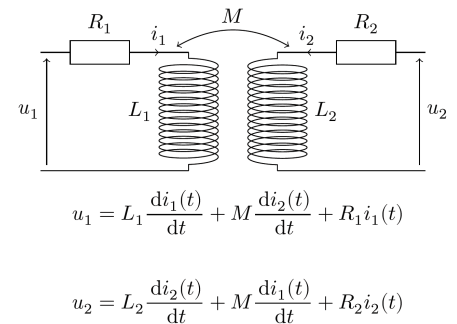
On s'intéresse aux phénomènes d'induction (induction propre et induction mutuelle) dans un circuit électrique contenant deux bobines. Le phénomène d'inductance mutuelle permet notamment de transmettre à distance un signal électrique, éventuellement en modifiant ses propriétés comme dans le cas d'un transformateur.

Dans les circuits électriques usuels à basse fréquence, les bobines réelles sont modélisables par l'association série d'une résistance (due à la longueur de fil conducteur du bobinage) et d'une inductance propre idéale. Pour des fréquences plus importantes (typiquement quelques dizaines de kHz), le comportement capacitif entre fils de bobine séparés par un isolant est à prendre en compte, un modèle avec en plus un condensateur en parallèle est alors mieux adapté.

La figure ci-contre présente un schéma électrique de la modélisation de ces deux bobines à basse fréquence. En plus des inductances propres L_1 et L_2 , on introduit l'inductance mutuelle M qui exprime un couplage à distance entre les deux bobines. Le circuit contenant la bobine 1 est dit « primaire », le circuit contenant la bobine 2 est dit « secondaire ».

important : Remarquez que les tensions u_1 et u_2 sont les tensions, mesurables, aux bornes des bobines réelles. On ne peut pas avoir accès à des mesures de tension aux bornes des dipôles modèles R_1 , R_2 , L_1 , L_2 .

Le circuit est décrit par les équations fournies. C'est un système d'équations différentielles couplées à deux inconnues i_1 et i_2 .



2.2 Mesure des résistances du montage

On souhaite mesurer les résistances internes des bobines, et la résistance de sortie du GBF.

4. Mesurer la résistance de chaque bobine à l'aide d'un multimètre, avec son incertitude. Les comparer aux éventuelles valeurs indiquées.
5. Donner l'expression théorique de la résistance d'un fil en fonction de sa longueur, de sa section et de la conductivité du matériau. Estimer la section du fil et en déduire la longueur de fil qui constitue le bobinage. Estimer aussi l'incertitude sur cette mesure. On donne la conductivité du cuivre $\sigma = 5,96.10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$.

En première approximation, un GBF peut être modélisé comme l'association série d'une source idéale de tension et d'une résistance appelée « résistance de sortie ».

6. Proposition de protocole : Proposer un montage permettant de mesurer la résistance de sortie du GBF. Appeler le professeur pour validation avant d'allumer le GBF.
7. Appliquer ce protocole pour mesurer la résistance de sortie du GBF.

2.3 Mesure des inductances propres

Le secondaire est en circuit ouvert. Le circuit primaire est constitué de la bobine 1 et d'une résistance R_a en série, alimentés à l'aide d'un GBF délivrant un tension rectangulaire notée $e(t)$ et d'amplitude E . On prendra $R_a = 500 \Omega$ si on a les bobines de Helmholtz (les grandes sur un rail). Sinon prendre $R_a = 1100 \Omega$ si on a les bobines Leybold.

8. Dans ce cas, simplifier le système différentiel de la page précédente pour déterminer quelle équation différentielle régit le système.
9. Proposition de protocole : Proposer un montage permettant de mesurer l'auto-inductance de la bobine du primaire à l'aide d'une mesure en régime transitoire sur l'oscilloscope¹. Appeler le professeur pour validation.
10. Mesurer l'inductance propre L_1 de la bobine du primaire, avec ses incertitudes.
11. De la même manière, mesurer L_2 .

2.4 Mesure de l'inductance mutuelle

On alimente le primaire par un GBF délivrant un signal sinusoïdal $e(t)$ de pulsation ω . Le secondaire est ouvert, et placé au plus près du primaire de manière à maximiser le couplage entre bobines. On relève les tensions efficaces aux bornes de chacune des bobines en fonction de la fréquence. On devra choisir de manière pertinente la gamme de fréquence utilisée. On donne l'expression de gain dans le cadre du modèle précédent² :

$$G = \left| \frac{u_2}{u_1} \right| = \frac{|M|\omega}{\sqrt{R_1^2 + L_1^2\omega^2}}$$

12. Faire un schéma du montage. Avec quel appareil mesurer une tension efficace ? Quel mode utiliser en régime sinusoïdal ?
13. On cherche à mesurer $|M|$ sans avoir besoin de connaître L_1 . D'après la formule du gain, faut-il se placer à basse ou haute fréquence devant une fréquence de coupure à déterminer ? Dans ce domaine, mesurer plusieurs valeurs du gain et de fréquence avec leurs incertitudes. Utiliser le script `Python` d'évaluation d'incertitude par régression linéaire³ pour obtenir une mesure de $|M|$ avec son incertitude.
14. On cherche à mesurer $|M|$ sans avoir besoin de connaître R_1 . D'après la formule du gain, faut-il se placer à basse ou haute fréquence devant une fréquence de coupure à déterminer ? Dans ce domaine, mesurer plusieurs valeurs du gain son incertitude. Utiliser un traitement statistique de type A pour obtenir une mesure de $|M|$ avec son incertitude.

2.5 Influence de la distance sur l'inductance mutuelle

15. Proposition de protocole : Proposer et réaliser un protocole pour mesurer l'influence de la distance sur le coefficient d'inductance mutuelle M .

1. Différentes mesures d'inductance ont été effectuées en régime sinusoïdal forcé au TP3a.

2. Attention : à suffisamment haute fréquence, les effets capacitifs peuvent produire une résonance non prise en compte dans ce modèle.

3. Un script `python` d'exemple (*script_ajustementlineaire_complet*) est fourni sur le *Cahier de Prépa*, partie TP : https://cahier-de-prepa.fr/pc*-roosevelt/docs?rep=8.

3 Oscillations amorties d'un circuit électrique

On utilisera dans cette partie les boîtes à décades de résistance, inductance et capacité.

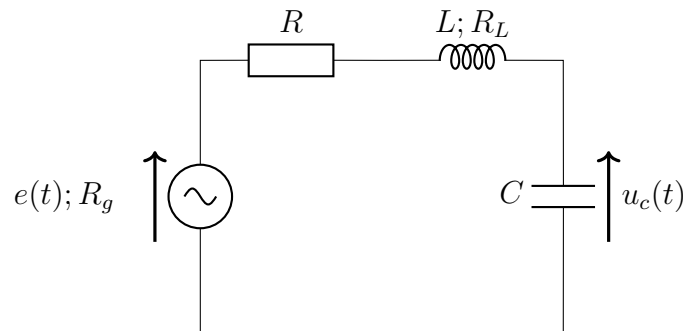
3.1 Réalisation du montage

Dans toute cette partie, la tension d'alimentation $e(t)$ est une tension en créneaux de période T délivrée par un GBF.

- Régler le GBF afin qu'il délivre la tension $e(t)$ rectangulaire d'amplitude E de quelques volts et de fréquence $f_g = 100$ Hz.

1. Régler la boîte d'inductance variable sur $L = 0,10$ H et mesurer sa résistance interne R_L à l'ohmmètre (noter cette valeur !!).

- Réaliser le montage électrique suivant. On prendra pour R une boîte de résistance variable, pour C une boîte de capacité variable et pour la bobine une boîte d'inductance fixée à $L = 0,10$ H.



- Régler pour l'instant $R = 1,0$ k Ω , et $C = 0,10$ μ F. Visualiser la tension $e(t)$ du générateur sur la voie 1 de l'oscilloscope et la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur sur la voie 2.

- On notera dans la suite R_t la résistance totale du circuit : $R_t = R + R_L + R_g$ où R_g est la résistance interne du GBF ($R_g = 50$ Ω).

3.2 Rappels théoriques

On rappelle que la tension aux bornes du condensateur vérifie l'équation :

$$\frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_c(t)}{dt} + \omega_0^2 u_c(t) = \omega_0^2 e(t)$$

avec la pulsation propre $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et le facteur de qualité $Q = \frac{L\omega_0}{R_t} = \frac{1}{R_t} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Dans le cas du régime pseudo-périodique ($Q > 1/2$), on montre que la pseudo-pulsation ω s'exprime par la relation $\omega = \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{4Q^2 - 1}$ et le temps de relaxation est $\tau = 2Q/\omega_0$.

On définit le décrement logarithmique d'un signal pseudo-périodique de pseudo-période T par :

$$\delta = \ln \left(\frac{x(t)}{x(t+T)} \right) \quad (1)$$

On peut montrer que δ ne dépend pas de t et s'exprime selon :

$$\delta = \frac{T}{\tau} = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \quad (2)$$

3.3 Étude des différents régimes

2. Représenter sur votre feuille les courbes obtenues sur une période T (une charge et une décharge) pour trois valeurs de résistance : $R = 0$ Ω , $R = 1,0$ k Ω , et $R = 3,0$ k Ω .

3. Sachant que dans le cas du régime pseudo-périodique la durée du régime transitoire est de l'ordre de quelques fois Q/ω_0 , justifier que la fréquence f_g proposée par l'énoncé pour le générateur permet bien d'observer la mise en place du régime permanent.
4. Déterminer théoriquement la valeur de la résistance totale R_t , notée R_c , associée au régime critique ($Q = 1/2$). Les courbes obtenues précédemment sont-elles cohérentes avec cette valeur ?

On admet que pour $Q \geq 6$, la pseudo-pulsation peut être assimilée à la pulsation propre $\omega \simeq \omega_0$ (cf question 14).

5. Pour $R = 0 \Omega$, calculer Q puis mesurer grâce à l'oscilloscope la pseudo-pulsation pour $C_1 = 0,10 \mu\text{F}$ et $C_2 = 0,050 \mu\text{F}$ et vérifier que les deux valeurs trouvées sont bien dans le rapport attendu.
Indication : la courbe n'étant pas une pure sinusoïde, il faut utiliser les curseurs plutôt que de tenter d'utiliser la fonction de mesure automatique de la fréquence.

3.4 Mesures de Q

On se place maintenant dans le cas d'un $Q > 1/2$ le plus grand possible.

6. Comment choisir R pour avoir Q maximal ?
7. Proposition de protocole : Proposer et réaliser un protocole pour mesurer Q à partir d'une mesure de τ et de T .
8. Proposition de protocole : Proposer et réaliser un protocole pour mesurer Q à partir de mesures du décrétement logarithmique δ .
9. Comparer la précision et l'aspect pratique des deux méthodes.

3.5 Étude de la pseudo-période

On cherche à vérifier la relation donnant ω pour différentes valeurs du facteur de qualité (avec $L = 0,10 \text{ H}$ et $C = 0,10 \mu\text{F}$).

10. Effectuer les mesures de pseudo-pulsations et compléter le tableau suivant. On présentera la mesure expérimentale sous la forme $f_{exp} = f_0 \pm \Delta f$ prenant en compte l'incertitude de mesure due à la lecture aux curseurs. De même, comment évaluer une incertitude sur f_{th} ?

Indication : Selon les cas, pour mesurer la fréquence, on pourra se baser sur plusieurs oscillations, une oscillation voire une demi-oscillation.

R (Ω)	R_t (Ω)	facteur qualité Q	f_{th} (kHz)	f_{exp} (kHz)
0				
100				
400				
600				

3.6 Les calculs à savoir faire

11. Établir l'équation différentielle sur $u_c(t)$.
12. Démontrer l'expression de la pseudo-pulsation ω dans le cas du régime pseudo-périodique.
13. Démontrer l'expression du décrétement logarithmique δ dans le cas du régime pseudo-périodique.
14. Pour un facteur de qualité $Q \geq 6$, montrer par le calcul que $\omega \simeq \omega_0$ à mieux que 1% près.