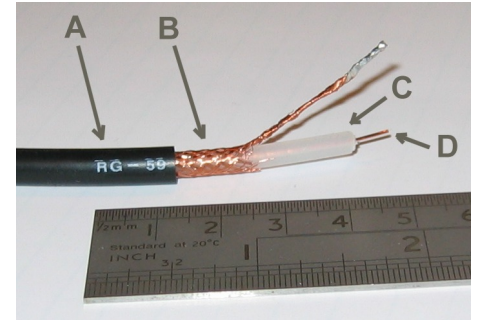


## TP9 - Propagation d'un signal dans un câble coaxial

**Objectifs** : Étudier la propagation d'une onde électrique dans un câble coaxial. Étudier la réflexion en amplitude de tension d'une onde électrique à l'extrémité d'un câble coaxial pour une impédance terminale nulle, infinie ou résistive.

**Matériel** : GBF, oscilloscope, long câble coaxial, boîte à décade, pied à coulisse.

Un câble coaxial est constitué d'une âme conductrice (D) et d'un blindage conducteur (B) séparés par un matériau diélectrique (isolant) (C). Différentes dimensions existent selon les applications. Placer deux conducteurs en structure coaxiale permet une meilleure isolation entre le champ électromagnétique dans le câble et celui à l'extérieur. De plus, la propagation dans un tel câble est peu dispersive et peu atténuée. C'est pourquoi le câble coaxial est un outil essentiel de transmission de signaux électriques. Ce TP a pour but d'étudier des ondes de courant et de tension se propageant dans un câble coaxial. Comme leur célérité est de l'ordre de la célérité  $c$  des ondes électromagnétiques dans le vide, on prendra des bobines de câble de longueur  $L = 100$  m.



### Formulaire

Soit un câble coaxial constitué de deux cylindres conducteurs de rayon  $a$  et  $b > a$  séparés par un isolant de permittivité relative  $\epsilon_r$ . On peut montrer<sup>1</sup> que sa capacité linéique est  $\Gamma = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(b/a)}$  et son inductance linéique est  $\Lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ . On donne  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  F.m<sup>-1</sup>,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H.m<sup>-1</sup> et  $\epsilon_0\mu_0c^2 = 1$ .

## 1 Mesure approchée des caractéristiques d'un câble coaxial

On effectue dans cette partie des mesures d'inductance et capacité d'un câble coaxial long pour en déduire une valeur approchée des caractéristiques de propagation d'une onde dans ce câble.

1. Brancher un capacimètre aux bornes d'une extrémité du câble. Pour mesurer la capacité entre l'âme et le blindage, doit-on laisser l'autre extrémité en circuit ouvert ou bien la court-circuiter? Noter la valeur de la capacité  $C$  puis en déduire la capacité linéique  $\Gamma$ .
2. Mesurer  $a$  et  $b$  au pied à coulisse pour en déduire la valeur de  $\epsilon_r$ .
3. Calculer<sup>2</sup> l'inductance linéique du câble à partir de la formule.
4. Calculer la grandeur  $Z_c = \sqrt{\Lambda/\Gamma}$ . Quelle est son unité? Remarquez-vous qu'on tombe proche d'une valeur courante?
5. Calculer la grandeur  $v = 1/\sqrt{\Lambda\Gamma}$ . Quelle est son unité? Remarquez-vous qu'on tombe proche d'une valeur courante?

Les estimations précédentes de  $Z_c$  et  $v$  peuvent donner des valeurs significativement différentes de celles annoncées par le constructeur sans qu'on soit tout à fait capable d'en quantifier l'erreur, notamment du fait des effets des câbles supplémentaires de mesure et des contacts électriques. Les méthodes présentées ci-après sont donc à privilégier pour une mesure précise.

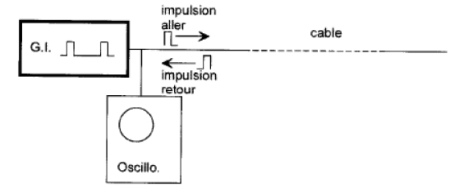
1. Pour la démo, cf cours/TD de E2 et E3.

2. On pourrait effectuer une mesure directe d'inductance à l'aide de notre seul multimètre qui peut effectuer cette mesure. Mais la valeur obtenue serait peu précise.

## 2 Mesure de la célérité de propagation

### 2.1 Principe de la mesure

On envoie une impulsion électrique à l'entrée du câble coaxial avec un générateur d'impulsions (G.I.). La sortie du câble est libre. L'impulsion se propage donc le long du câble, se réfléchit sur l'extrémité et revient vers son point de départ. En branchant un oscilloscope en parallèle avec le G.I., on peut mesurer la durée séparant l'impulsion aller de l'impulsion retour et en déduire la célérité de propagation. Le générateur d'impulsion délivre des impulsions de durée  $\tau = \alpha T$  avec une période  $T$  ( $\alpha = 0, 2$ ).



6. Sachant que le câble a une longueur  $L = 100$  m et que la célérité de propagation est de l'ordre de  $2.10^8$  m.s<sup>-1</sup>, déterminer l'intervalle  $[T_{\min}, T_{\max}]$  dans lequel choisir  $T$  pour n'avoir jamais plus d'une impulsion aller dans le câble et pour que l'impulsion retour ne soit pas revenue à l'oscilloscope avant que la fin de l'impulsion aller n'en soit sortie.

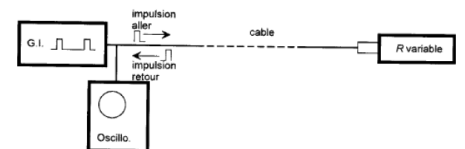
### 2.2 Expérience

- Le générateur d'impulsion sera le GBF habituel, réglé en signal crêteau avec un rapport cyclique minimal (duty à 20 % à la fréquence choisie). Brancher le GBF sur un T sur la voie CH1 de l'oscilloscope. Ne pas le relier au câble pour l'instant.
  - Régler la fréquence du signal à 400 kHz et l'amplitude à 5 V avec un offset à 5 V (le signal est donc toujours positif). Vérifier à l'oscilloscope que les conditions précédentes sont respectées.
  - Relier alors le câble coaxial aussi au T de l'oscilloscope.
7. Mesurer la durée de propagation  $\Delta t$  avec son incertitude. En déduire la célérité  $v$  de l'impulsion avec son incertitude.
  8. Cette célérité est reliée à la permittivité relative  $\epsilon_r$  de l'isolant entre les deux conducteurs du câble :  $v = c/\sqrt{\epsilon_r}$ . En déduire la valeur de  $\epsilon_r$ . Comparer à la valeur obtenue en première partie. On admet l'incertitude relative :  $u(x^2)/x^2 = 2u(x)/x$ .
  9. *Question pour 5/2, cf cours PO2* : S'agit-il de la vitesse de phase ou de la vitesse de groupe ?
  10. Mesurer l'amplitude crête-crête (à l'oscilloscope) du signal aller. Pourquoi ne trouve-t-on pas les 10 V initialement réglés ?
  11. Le signal retour a-t-il la même amplitude que le signal aller ? La même forme ? Que peut-on en déduire ?
  12. Augmenter le rapport cyclique et interpréter la forme du signal obtenu.

## 3 Mesure de l'impédance caractéristique du câble

### 3.1 Mesure par coefficient de réflexion

On reprend le dispositif précédent (même fréquence et remettre la valeur initiale de rapport cyclique) en branchant à l'extrémité du câble une résistance variable  $R$ . On appelle  $r$  le coefficient de réflexion en tension :  $r = u_r/u_i$ , où  $u_i$  et  $u_r$  sont respectivement les tensions des impulsions incidentes et réfléchies, mesurées à l'oscilloscope à l'entrée du câble.



13. Mesurer  $r$  dans le cas  $R \rightarrow 0$  et  $R \rightarrow +\infty$ . Déterminer la valeur de  $R$  qui minimise l'amplitude de l'impulsion retour avec son incertitude. Tracer qualitativement l'allure de  $r$  en fonction de  $R$ .
14. En négligeant l'atténuation et la dispersion, on peut montrer<sup>3</sup> la formule suivante :  $r = \frac{R - Z_c}{R + Z_c}$ . Est-elle cohérente avec vos mesures de la question précédente ?
15. Comparer votre mesure de  $Z_c$  à la valeur attendue.
16. Pourquoi, lorsqu'elle existe, l'impulsion retour ne donne-t-elle pas naissance à une nouvelle impulsion aller par réflexion sur l'extrémité branchée sur le GBF ?

3. On montrera des formules similaires au chapitre PO3.

### 3.2 Mesure par diviseur de tension

Une mesure plus précise de  $Z_c$  peut être obtenue par ajustement. Le GBF est maintenant en régime sinusoïdal à une fréquence inférieure à 100 kHz. La sortie est toujours branchée sur la résistance variable aux bornes de laquelle on mesure la tension. Celle-ci est donnée par  $U = \frac{R}{R+Z_c}U_0$  où  $U_0$  est la tension mesurée lorsque la résistance variable est infinie.

17. Avec quel appareil sera-t'il plus rapide de mesurer  $U$  et  $U_0$  ?
18. Manipuler l'expression de  $U(R)$  pour déterminer une courbe à tracer dont la pente donnera  $Z_c$  si l'ajustement est validé.
19. Mesurer  $U_0$  ainsi que  $U$  pour différentes valeurs de  $R$  avec leurs incertitudes. Concernant l'incertitude sur  $R$ , on se contentera de l'indication *accuracy* de 1% indiquée sur la boîte.
20. Effectuer la régression linéaire avec détermination des incertitudes sur les coefficients. On adaptera pour cela le script Python disponible sur *Cahier de Prépa*.

## 4 Cavité dans un câble coaxial : ondes stationnaires

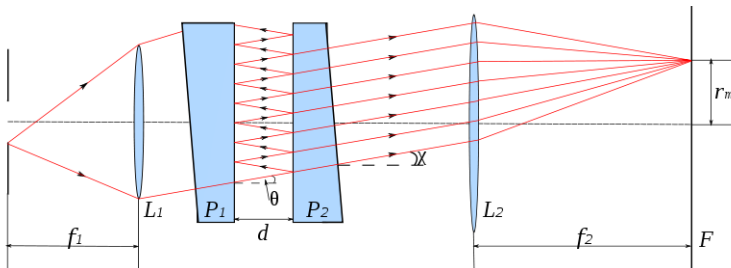


FIGURE 1 – Interféromètre de Fabry-Perot : interférences entre de multiples ondes.

Paramètre	Tuyau ouvert	Tuyau fermé à une extrémité
Pression		
Vitesse		

FIGURE 2 – Une onde stationnaire présente des nœuds ou ventres aux extrémités de la cavité.

### 4.1 Fréquences de résonance

Dans cette partie nous fabriquons une cavité résonnante de type Fabry-Pérot<sup>4</sup> avec des câbles coaxiaux pour étudier l'établissement d'ondes stationnaires. Le principe d'une cavité résonnante est de confiner une onde dans une zone de longueur  $L$  entre deux interfaces de coefficient de réflexion important. Dans le cas de l'optique, des miroirs jouent ce rôle. Dans le cas d'un tube acoustique, ce sont les parois ouvertes ou fermées à l'extrémité du tuyau.

21. Pour une onde stationnaire confinée dans une cavité aux conditions aux limites *symétriques*<sup>5</sup>, donner la relation entre longueur  $L$  de cavité, et les longueurs d'onde  $\lambda_n^s$  des résonances en fonction d'un entier  $n$ . Donner alors la formule des fréquences  $f_n^s$  de résonance.
22. Pour une onde stationnaire confinée dans une cavité aux conditions aux limites *mixtes*<sup>6</sup>, donner la relation entre longueur  $L$  de cavité, et les longueurs d'onde  $\lambda_n^a$  des résonances en fonction d'un entier  $n$ . Donner alors la formule des fréquences  $f_n^a$  de résonance.

4. Interféromètre couramment utilisé en optique.

5. Par exemple la corde de Melde (cf PCSI et PO1a), le tuyau ouvert de chaque côté (cf PO1b), et la particule dans un puits de potentiel infini (cf PCSI et PO5).

6. Par exemple le tuyau fermé d'un seul côté (cf PO1b).

## 4.2 Mesure de la vitesse de phase

Comme précédemment, connecter le GBF directement au T de l'oscilloscope auquel sera aussi branché le câble long. On observe donc la tension en entrée du câble. L'extrémité du câble reste en circuit ouvert mais vous pouvez éventuellement la brancher à l'autre voie de l'oscilloscope. Régler le GBF en régime sinusoïdal.

23. Faire varier la fréquence entre 400 kHz et 5 MHz pour repérer les fréquences  $f_n$  en tension à l'oscilloscope. Mesurer précisément les valeurs de ces fréquences avec leurs incertitudes.
24. On donne la définition de la vitesse de phase  $v_\varphi = \omega/k = f\lambda$ . Comparer vos différentes mesures de  $v_\varphi$  et les comparer à la vitesse (de groupe)  $v$  mesurée partie 2. La propagation semble-t-elle dispersive ?
25. Si des bobines de coax supplémentaires sont disponibles, refaire l'étude pour deux ou trois bobines en série. À quoi s'attend-on pour les fréquences de résonances ? Comment évolue le contraste des résonance avec le nombre de bobines ?

## 5 Mesure de l'atténuation

La mesure de l'atténuation se fait grâce au montage suivant : un câble de longueur  $L_0$  la plus courte possible est relié d'un côté à un GBF en régime sinusoïdal à fréquence la plus proche possible de 3 MHz, et de l'autre à une résistance d'environ  $50 \Omega$ . La tension aux bornes de la résistance est mesurée directement par un oscilloscope qui ne mesure que cette tension.

L'amplitude du signal mesurée aux bornes de la résistance pour la longueur  $L_0$  va servir de tension de référence  $U_0$ . Lorsque des câbles de plus en plus longs sont intercalés entre le GBF et le câble initial<sup>7</sup>, l'amplitude  $U$  du signal diminue du fait de l'atténuation. On définit le coefficient d'atténuation  $a$  par :  $a = 20 \log(U/U_0)$ .

26. Mesurer  $a$  pour différentes longueurs  $L$  de câble ajouté. En déduire la valeur du coefficient d'atténuation par unité de longueur en dB/km.
27. Le cahier des charges imposé par un client demande une atténuation maximale de -20 dB/km à 3 MHz. Ce câble convient-t-il ?

---

7. Une coopération entre groupes permettra de beaucoup faire varier la longueur totale.