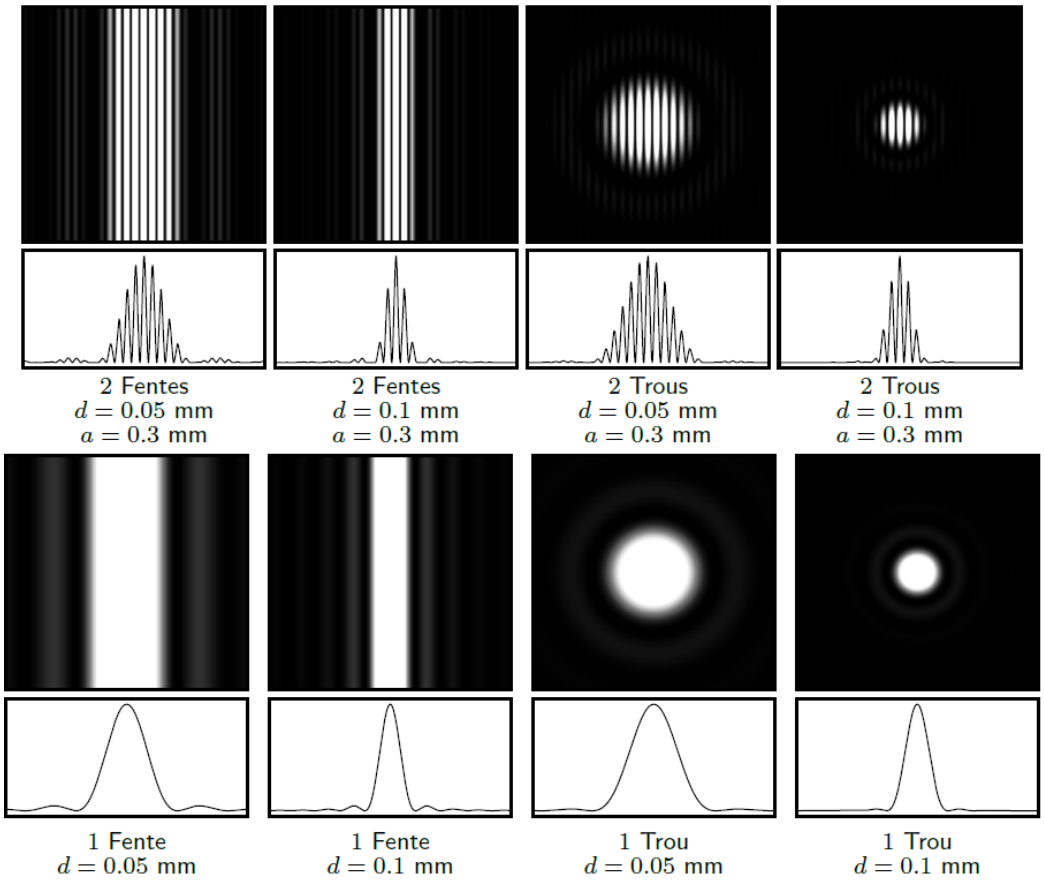
O3 : Trous d'Young : exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde

1 Observations expérimentales

1.1 Montage expérimental sans lentille

| schéma : *Montage expérimental sans lentille.*

ODG typiques : écart [1] entre trous $a \simeq 0,2$ mm // distance trou-écran $D \simeq 1$ m ou plus // diamètre des trous $d \lesssim 0,1$ mm.
figures observées [2] : pour des trous (circulaires) ou fentes (rectangulaires) pour plusieurs valeurs de d.



1.2 Trous d'Young éclairés par une source ponctuelle monochromatique

⋆ observation 1 : En bas à droite : un des trous est obturé.
→ On observe la figure de diffraction par un trou circulaire. Une tache centrale qui concentre la majorité de la lumière. Demi-angle donné en ordre de grandeur par $\boxed{\sin\theta = \lambda/d}$.

⋆ observation 2 : Qu'observe-t-on si on libère le deuxième trou ? Figure en haut à droite.
→ Des franges rectilignes d'interférences apparaissent si les deux trous sont éclairés.

⋆ observation 3 : Qu'observe-t-on si on choisit des trous de diamètres différents ? Voir figures de droite avec deux taille de trous.
→ figures de droite, la taille de la zone éclairée est modifiée [3]. Cf notion de *zone d'interférence* définie juste après.

1. Remarquez qu'un faisceau laser usuel suffit à éclairer les deux trous.
2. Voir aussi animations :
`https://physique-pcsi.prepa-balzac.fr/applications-pedagogiques-interactives/interferences-lumineuses/`.
3. CE : Identifier l'effet de la diffraction sur la figure observée (trous d'Young).

1.3 Champ d'interférence

def : La **zone d'interférences** (ou **champ d'interférences**) est la portion de l'espace où il est possible d'observer des interférences si les critères de cohérence sont respectés. Dans le cas des trous d'Young, **le champ d'interférence est délimité par la diffraction.**

| exo : *Pour les ordres de grandeur typiques donnés partie 1.1, estimer la largeur de la zone d'interférence sur l'écran.*

1.4 Influence de la forme et position des trous

Qu'observe-t-on si on remplace les trous circulaires par des fentes perpendiculaires à S_1S_2 ? Cf figures de gauche de la figure précédente.

⋆ observation 4 : Si les fentes sont complètement éclairées [4], on observe des franges d'interférences inclues dans la figure de diffraction d'une fente [5].

→ Les fentes permettent un champ d'interférence plus grand [6] mais en contrepartie, l'intensité lumineuse est réduite (car on a élargi le faisceau laser).

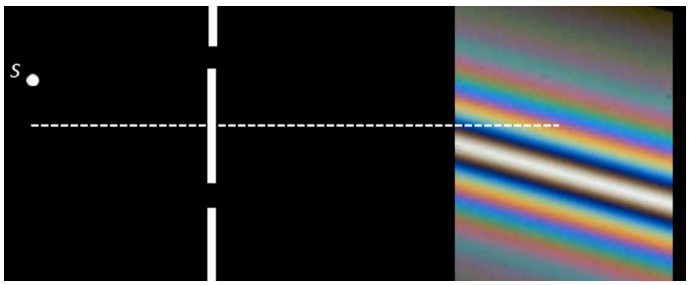
⋆ observation 5 : Attention, si on n'éclaire pas totalement les fentes, on n'observe qu'une portion de la figure d'interférence ! Cf TP.

Que se passe-t-il si on rapproche les trous ?
⋆ observation 6 : L'interfrange augmente si les trous sont rapprochés. *Explication partie 2.4 et cf TP.*

1.5 Influence de la position et forme de la source

⋆ observation 7 : Que se passe-t-il si on décale la source parallèlement à S_1S_2 ?

→ La figure d'interférence se décale dans l'autre sens. *Explication partie 3.2.*



⋆ observation 8 : Que se passe-t-il si on élargit la source perpendiculairement à S_1S_2 ?

→ La luminosité est accrue.

⋆ observation 9 : Que se passe-t-il si on élargit la source parallèlement à S_1S_2 ?

→ Les franges se brouillent, le contraste diminue très rapidement ! *Explication partie 3.3.*

1.6 Influence du spectre de la source

⋆ observation 10 : Que se passe-t-il si la longueur d'onde de la source est différente ?

→ On observe [7] un élargissement des franges si la longueur d'onde est plus grande. *Explication partie 2.4.*

⋆ observation 11 : Que se passe-t-il si le spectre est constitué d'un doublet de raies fines ?

→ On observe un brouillage régulier des franges selon l'axe perpendiculaire aux franges : phénomène de battement. *Explication partie 4.1.*

⋆ observation 12 : Que se passe-t-il si le spectre est celui d'une lampe blanche ?

→ On n'observe qu'une frange nettement brillante au centre de l'écran. Quelques franges colorées l'entourent. Au delà, on observe du blanc dont quelques longueurs d'onde en sont absentes. *Explication partie 4.3.*

4. Un faisceau laser classique peut éclairer deux trous de diamètre d et écart a inférieurs au millimètre. En revanche, pour éclairer toute la longueur de fentes de longueur de l'ordre de plusieurs millimètres, il faut élargir le faisceau laser.
5. CE : Identifier l'effet de la diffraction sur la figure observée (fentes d'Young).
6. CE : Expliquer l'intérêt pratique des fentes d'Young comparativement aux trous d'Young.
7. Les images sont extraites de la vidéo `YouTube` *Interférences avec une bifente de Young - expérience commentée* issue du lien `https://youtu.be/tc6V9B7YjtU`.

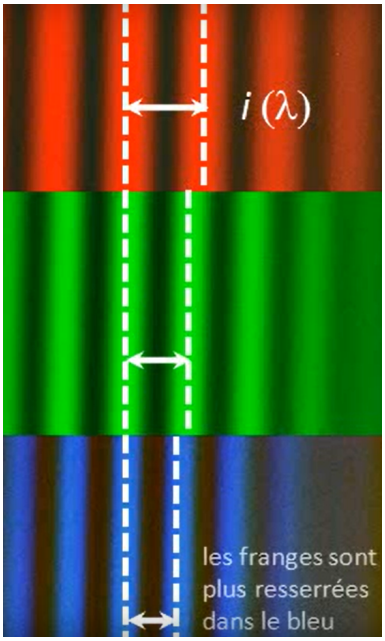


FIGURE 1 – L'interfrange augmente avec la longueur d'onde.

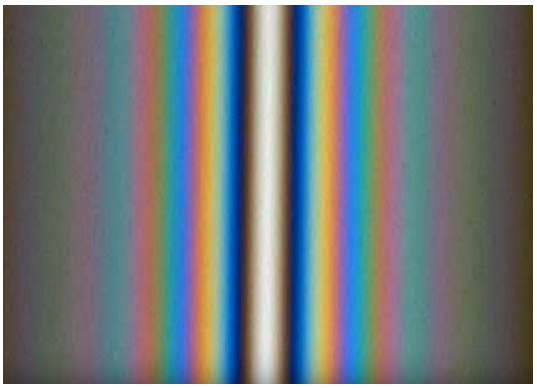


FIGURE 2 – Peu de franges sont visibles lors d'un éclairage par lampe blanche. La frange centrale est blanche et brillante, entourée par quelques franges colorées.

2 Cas d'une source ponctuelle monochromatique centrée

Dans cette partie, on considère une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde λ_0 sur l'axe optique. Les trous S_1 et S_2 sont séparés d'une distance a. Sur l'écran, un point M est repéré par x (parallèle à S_1S_2) et par y. L'écran est à distance $D \gg a, x, y$. L'expérience est réalisée dans l'air d'indice de réfraction supposé égal à 1.

2.1 Différence de marche au voisinage du centre de la figure

prop : En un point de l'écran de coordonnées (x, y), la différence de marche entre deux rayons passés par des trous différents est :

$$\boxed{\delta = \frac{ax}{D}} \tag{1}$$

rq : Le signe dépend du sens utilisé pour la différence de marche.

démo principale : *On utilisera le développement limité* $\sqrt{1+x} \simeq 1 + x/2$ *pour* $x \ll 1$.

2.2 Prise en compte de l'indice de réfraction du milieu de propagation

La formule précédente suppose un indice $n_m = 1$ pour le milieu de propagation, valable dans le vide, ou de manière approchée dans l'air ($n_{\text{air}} = 1,00029$). Pour un indice quelconque, la démo mène à $\delta = \dfrac{n_m ax}{D}$. Il faut prendre en compte cet indice dans les cas suivant :

⋆ Dans l'air, mais on souhaite plus de 4 chiffres significatifs,

⋆ Au moins un trajet passe par un milieu différent de l'air : eau, vide, etc.

2.3 Ordre d'interférence

prop : L'**ordre d'interférence**[8] $p = \delta/\lambda_0$ correspond sur l'écran à la position $x = p \cdot \dfrac{\lambda_0 D}{a}$.

rappel : Une frange brillante est repérée par un ordre d'interférence $p = \delta/\lambda_0$ entier relatif. Une frange sombre est repérée par p demi-entier.

prop : Les **franges brillantes** sont repérées par $x = k \cdot \dfrac{\lambda_0 D}{a}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Les **franges sombres** sont repérées par $x = (k + \frac{1}{2}) \cdot \dfrac{\lambda_0 D}{a}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

8. CE : Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences.

prop : p et δ ne dépendent que de x, mais pas de y. Ainsi, les franges [9] sont des droites parallèles à $\overrightarrow{u_y}$.

| schéma : *Schéma des franges. Décompte par l'ordre d'interférence p.*

| exo : *Soit une configuration classique de trous d'Young, sauf qu'on rajoute une lame fine d'indice n et d'épaisseur e devant un des trous.*
| 1. *Déterminer qualitativement comment est modifiée la figure d'interférence.*
| 2. *Pour une lame $e = 0,1$ mm, $n = 1,5$ éclairée par $\lambda_0 = 500$ nm. Quelle est la nature de la frange en $x = 0$? [Variantes : quel est l'ordre d'interférence en $x = 0$? De combien de franges s'est décalée la figure ?]*

2.4 Interfrange

def : La distance entre deux franges successives de même nature est dite **interfrange** (nom masculin).

prop : L'interfrange des trous d'Young distants de a, éclairés à λ_0 sur un écran à distance D est donné par :

$$\boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{a}} \tag{2}$$

| démo : *Faire la différence entre les positions de deux franges successives de même état d'interférence.*

2.5 Intensité lumineuse

prop : En supposant égales les intensités I_0 provenant de chaque trou, la formule de Fresnel donne :

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{\delta(M)}{\lambda_0}\right)\right) = 2I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{ax}{D\lambda_0}\right)\right) = 2I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{x}{i}\right)\right) \tag{3}$$

rq : Cette formule fait apparaître **l'interferfrange $i = D\lambda_0/a$ comme période spatiale de l'intensité**.
limite de la formule : Supposer égales les intensités provenant des deux trous est une approximation. En effet, la figure de diffraction d'un trou n'est pas uniformément éclairée.

3 Influence de la forme et position de la source

3.1 Fente source perpendiculaire à S_1S_2

Que se passe-t-il si on rajoute une source supplémentaire perpendiculairement à S_1S_2 ?

prop : Rajouter des sources sur l'axe perpendiculaire à S_1S_2 ne modifie pas la figure d'interférence. Mais la figure est plus lumineuse.

3.2 Déplacement d'un point source parallèlement à S_1S_2

Que se passe-t-il si la source est décalée de x_S parallèlement à S_1S_2 ?

prop : Les franges se déplacent dans le sens opposé au décalage de la source.

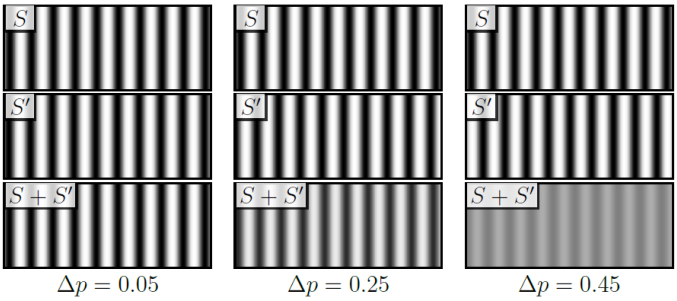
| démo : *Cette fois, il faut aussi prendre en compte la différence de marche avant les trous. On note d la distance entre la source et le plan des trous avec $d \gg x_S, a$. Montrer que le décalage sur l'écran vaut $x_0 = -Dx_S/d$*

interprétation : décaler la source vers le haut réduit le trajet 1 avant les trous, donc il faut l'augmenter après les trous pour avoir $\delta = 0$.

3.3 Perte de contraste par élargissement spatial de la source

9. CE : Justifier la forme des franges observées dans un écran éloigné parallèle au plan des trous d'Young.

Que se passe-t-il pour deux sources séparées de x_S ?



prop : Dans le cas d'une source centrée et d'une source produisant un décalage x_0 du système de franges :

⋆ Si décalage d'un nombre entier de franges ($x_0 = ki$ avec $k \in \mathbb{Z}$, ie p entier au centre), alors les systèmes s'ajoutent : luminosité importante.

⋆ Si décalage d'un nombre entier de franges + une demi-frange ($x_0 = ki + i/2$ avec $k \in \mathbb{Z}$, ie p demi-entier au centre), alors les systèmes se compensent : brouillage des franges.

Généralisation admise pour une fente large [10] :

> Critère semi-quantitatif de cohérence spatiale : Soit le système de frange dû au centre S de la source et celui dû à un de ses bords S'. On considère que les franges sont brouillées si :
> ⋆ S et S' produisent des franges décalées d'au moins $i/2$,
> ⋆ de manière équivalente : en un point de l'écran, le décalage d'ordre d'interférence est de $|\Delta p| = |p_S - p_{S'}| > 1/2$,
> ⋆ de manière équivalente : en un point de l'écran, le décalage de différence de marche est de $|\Delta\delta| = |\delta_S - \delta_{S'}| > \lambda_0/2$.

def : La **cohérence spatiale** d'une onde est sa capacité à produire des interférences malgré la largeur de sa source.

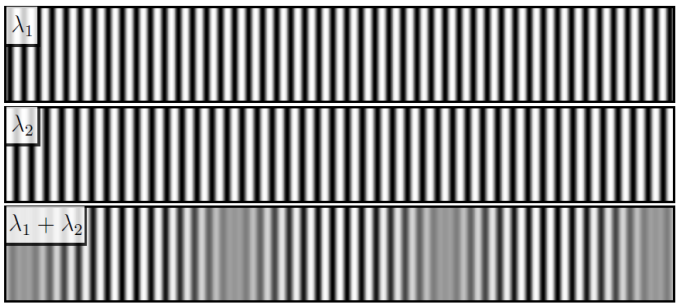
exo : *Pour $d = 50$ cm, $\lambda_0 = 600$ nm, $a = 0,1$ mm. Quelle est la largeur maximale de la fente source pour éviter le brouillage des franges ?*

4 Influence du spectre de la source

4.1 Cas d'un doublet de longueur d'onde

Certaines lampes spectrales présentent un doublet de raies très proches. Par exemple, doublet orange du sodium à $589,0$ nm et $589,6$ nm ; doublet jaune/orange du mercure à $577,0$ nm et $579,1$ nm.

→ Comment expliquer le phénomène de battement observé dans l'intensité ?



• explication qualitative : Rappelons que deux ondes de longueurs d'onde différentes ne peuvent pas interférer. Ainsi, l'intensité totale sur l'écran est la somme des intensités dues à chaque raie. Chaque raie produit indépendamment un système de franges.

Comme les longueurs d'onde sont légèrement différentes, l'interfrange de chaque système de frange est aussi légèrement différent. Quand on somme les intensités dues à chaque raies, on observe un brouillage régulier des franges sur l'écran, cf figure.

def : Dans une situation où le contraste varie sur l'écran, on appelle « **coïncidence** » une situation de contraste élevé, et on appelle « **anticoïncidence** » une situation de contraste faible.

• explication quantitative : Notons les longueurs d'onde du doublet λ_1 et $\lambda_2 > \lambda_1$.

⋆ Si seulement λ_1, franges rectilignes d'interfrange $i_1 = \lambda_1 D/a$, avec $I_{\lambda_1} = 2I_{01}(1 + \cos(2\pi ax/D\lambda_1)$.

⋆ Si seulement λ_2, franges rectilignes d'interfrange $i_2 = \lambda_2 D/a$, avec $I_{\lambda_2} = 2I_{02}(1 + \cos(2\pi ax/D\lambda_2)$.

⋆ Et si éclairage par λ_1 et λ_2 ?

Comme deux longueurs d'onde différentes sont incohérentes (elles n'interfèrent pas), on peut sommer directement l'intensité issue de λ_1 et celle issue de λ_2 :

$$I = I_{\lambda_1} + I_{\lambda_2} = 2I_{01}(1 + \cos(2\pi ax/D\lambda_1) + 2I_{02}(1 + \cos(2\pi ax/D\lambda_2) \quad (4)$$

10. CE : Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sue l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales.

Si on est dans le cas où $I_{01} \simeq I_{02}$ noté I_0, alors, on obtient :

$$I = 4I_0 \left(1 + \underbrace{\cos\left(\pi \frac{ax}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)}_{\text{franges}} . \underbrace{\cos\left(\pi \frac{ax}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)}_{\text{battements}} \right) \tag{5}$$

Ce produit de deux sinusoïdes de périodes très différentes est typique du phénomène de battements. Le terme avec un signe + évolue rapidement et correspond à des franges produites par la longueur d'onde moyenne. Le terme avec un signe - évolue lentement et correspond aux alternances de coïncidences et anticoïncidences.

retour au pratique : Pour un montage de fentes d'Young typique éclairé par une lampe à vapeur de sodium, les anticoïncidences sont en théorie séparées de centaines de franges... donc inobservables en pratique. L'interféromètre de Michelson étudié dans le prochain chapitre permettra l'observation expérimentale de ces battements.

4.2 Perte de contraste par élargissement spectral de la source

Aucune source n'est parfaitement monochromatique, son spectre présente toujours un élargissement spectral $\Delta\lambda$. Cette grandeur est directement reliée à la longueur de cohérence, cf chapitre O1.

interprétation pour trois longueurs d'onde : cf figure 3.

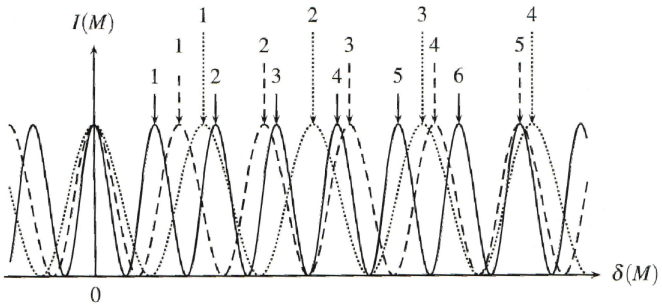


FIGURE 3 – Pour plus de deux longueurs d'onde, la frange centrale est toujours brillante. Puis les interfranges différents mènent à un brouillage rapide.

Généralisation admise pour un spectre continu [11] :

> Critères semi-quantitatif de cohérence temporelle : Soit le système de frange dû à la longueur d'onde centrale λ_m du spectre de la source, et celui dû à un des bords du spectre λ_b. En partant du centre de la figure, les franges se brouillent dès que :
> ⋆ la largeur spectrale de la source est telle que λ_m et λ_b génèrent des systèmes de frange décalés d'au moins $i/2$,
> ⋆ de manière équivalente : en un point de l'écran, le décalage d'ordre d'interférence sur l'écran est de $|\Delta p| = |p_{\lambda_m} - p_{\lambda_b}| > 1/2$,
> ⋆ de manière équivalente : en un point de l'écran, $|\delta| > L_c$ (longueur de cohérence).

rq : cette dernière variante du critère est la plus rapide à évaluer si on connaît la longueur de cohérence.

def : La **cohérence temporelle** d'une onde est sa capacité à produire des interférences malgré la largeur de son spectre.

> exo : *Considérons un éclairage par la raie verte d'une lampe à vapeur de mercure :* $\lambda_0 = 546,1$ nm, $\Delta\lambda = 0,025$ nm. *Quelle est la taille de la zone sur l'écran sans brouillage ? On prendra* $D = 2$ m, $a = 0,1$ mm.

4.3 Observation en lumière blanche

observation-interprétations : cf figure 2. En résumé, spectre très large, donc franges quasiment toutes brouillées sauf au centre.

11. CE : Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales. Relier la longueur de cohérence, la largeur spectrale et la longueur d'onde en ordre de grandeur.

Plus précisément :

⋆ Au centre, frange brillante blanche. En effet, $p = \delta/\lambda = 0 \quad \forall\lambda$, donc toutes les couleurs interfèrent de manière constructive.

⋆ Près du centre, quelques franges colorées. En effet, chaque λ produit des franges de $i = \lambda D/a$ différents, donc se décalent petit à petit, cf figure 3.

⋆ Puis, loin du centre, on obtient du blanc dont le spectre manque de certaines λ. En effet, chaque point de l'écran correspond à une frange sombre de nombreux λ, brillante de nombreux autres. Donc cela nous apparaît tout de même blanc, cf figure 4.

vocabulaire : Une lumière blanche dont le spectre manque de nombreuses λ est dit **blanc d'ordre supérieur**. Son spectre est dit **spectre cannelé**. Les λ manquantes sont dites **cannelures** [12].

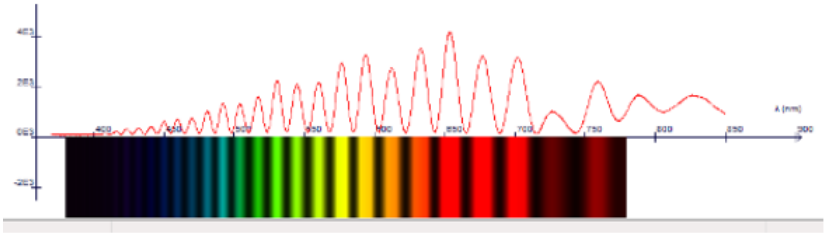


FIGURE 4 – Loin du centre de l'écran, le spectre mesuré en un point comporte de nombreuses longueurs d'onde, il apparaît donc blanc. Mais plusieurs longueur d'onde sont absentes.

exo : *Pour $a = 1,00$ mm, $D = 2,00$ m, en une position $x = 1,00$ cm sur l'écran, quelles sont les λ manquantes dans le visible ? Compléter le code suivant :*

```
# Donnees en metre
a = 1.00e-3                          # espacement fentes
x = 1.00e-2                          # distance sur ecran
D = 2.00                             # distance trous-ecran
lambda_max = 800e-9                  # limites du spectre
lambda_min = 400e-9

def lambda_can(k):                   # calculer une longueur d'onde de cannelure
    return ........................

liste_can = []                       # liste qui contiendra les longueurs d'onde


n = 0                                # initialisation k
while ................               # tant que lambda dans l'IR,
    ................                 # on ne la conserve pas.
while ................               # tant qu'elle est dans le visible,
    ................                 # on la conserve.
    ................
```

4.4 Mise à profit de perte de cohérence

La perte de contraste par perte de cohérence n'est pas forcément néfaste et peut être utilisée [13] pour mesurer la configuration géométrique de la source (cohérence spatiale) ou son spectre (cohérence temporelle) !

12. CE : Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.
13. Cf exos *Mesure d'une largeur spectrale* et *Distinction d'une étoile double* du *TDO3*.

5 Montage de Fraunhofer

principe général d'un montage de Fraunhofer : éclairer le(s) objet(s) diffractant par un faisceau de rayons parallèles (onde plane), puis **observer dans le plan focal image d'une lentille convergente**.

ex : sans le nommer, vous avez déjà utilisé ce type de montage pour étudier un réseau de diffraction par un goniomètre en PCSI, et cf chapitre *O5*.

| schéma : *Montage expérimental de Fraunhofer dans le cas des fentes d'Young. Lentille d'éclairage de distance focale f'_0. Lentille de projection de distance focale f'.*

observation :

⋆ Comme pour le montage sans lentille, on observe des franges rectilignes sur l'écran parallèles aux fentes.

⋆ Contrairement aux trous d'Young, la diffraction par un motif ne limite la figure que dans la direction perpendiculaire aux fentes.

prop : La différence de marche[14] entre rayons provenant de fentes différentes est $\boxed{\delta(x) = ax/f'}$. L'interfrange est donc $\boxed{i = \lambda_0 f'/a}$.

rq : Mêmes formules que sans lentille en remplaçant D par f'.

| démo : *Utiliser le théorème de Malus et un peu de trigonométrie.*

interprétation d'une frange sur l'écran : Pour un montage avec écran dans le plan focal image : chaque point $M(x)$ de l'écran correspond à une direction θ de diffraction donnée.

| exo : *Que devient δ si la source S est décalée de x_S ? Réponse : même démarche pour trouver $\delta(x) = ax/f' + ax_S/f'_0$.*

14. CE : Exprimer l'ordre d'interférences sur l'écran dans le cas d'un dispositif de fentes d'Young utilisé en configuration de Fraunhofer.