TDO3 : Trous d'Young : exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde

Savoirs

• Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à grande distance finie et observation à grande distance finie. Champ d'interférences. Ordre d'interférences p. Franges d'interférences.
• Variations de p avec la position d'un point source ; perte de contraste par élargissement spatial de la source.
• Variations de p avec la longueur d'onde. Perte de contraste par élargissement spectral de la source.
• Observations en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé).
• Cas des fentes d'Young en montage de Fraunhofer.

Interro de cours

1. Donner l'ODG typique des diamètres des trous et de leur espacement.
2. Trous d'Young : que devient la figure d'interférence si le diamètre des trous augmente ? Et si leur espacement augmente ?
3. Même question pour les fentes d'Young.
4. Pour une source monochromatique centrée : donner l'expression de la différence de marche, ordre d'interférence, interfrange (pour $n_m = 1$ ou non).
5. Que se passe-t-il si on déplace la source perpendiculairement à S_1S_2 ?
6. Que se passe-t-il si on déplace la source parallèlement à S_1S_2 ?
7. Donner le critère semi-quantitatif de brouillage sur p par élargissement de la source.
8. Qu'appelle t-on cohérence spatiale ?
9. Les franges sont-elles plus larges pour une lumière violette ou jaune ?
10. Donner le critère semi-quantitatif de brouillage sur p, ou avec L_c, par élargissement spectral.
11. Qu'appelle t-on cohérence temporelle ?
12. Que devient la figure en lumière blanche ?
13. Faire un schéma du montage de Fraunhofer pour des fentes d'Young.
14. Donner la différence de marche dans le cas du montage de Fraunhofer pour des fentes d'Young.

Savoir-faire

• Montage des trous d'Young sans ou avec lentilles : démo et utilisation de $\delta = nax/D$ et $i = \lambda_0 D/na$ (et variantes avec f' pour fentes d'Young). Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences. *Tous les exos.*

ex1 : *Cas* $a = 0,20$ mm, $D = 2,0$ m, $d = 0,50$ m, $\lambda_0 = 589$ nm. *Déterminer l'état d'interférence (constructive/destructive/intermédiaire) sur l'écran à distance* $x = 1$ *cm du centre en justifiant par le calcul d'ordre d'interférence.*

• Déplacement de la source : démo du décalage des franges $x_S = -Dx_S/d$. Interprétation du sens du décalage.

• Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $|\Delta p| > 1/2$ (où $|\Delta p|$ est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source) pour interpréter des observations expérimentales sur la cohérence spatiale. *Cf cours.*

ex2 : *Pour* $d = 40$ cm, $\lambda_0 = 546,1$ nm, $a = 0,10$ mm. *Quelle est la largeur maximale de la fente source pour éviter le brouillage des franges ?*

ex3 : *Le Soleil est de diamètre* $1,4.10^6$ km *à distance* $1,5.10^{11}$ m *de la Terre. Peut-il produire des interférences à travers des trous d'Young distants de* $0,1$ mm *?*

• Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $|\Delta p| > 1/2$ (où $|\Delta p|$ est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source) pour interpréter des observations expérimentales sur la cohérence temporelle. Relier la longueur de cohérence, $\Delta\lambda$ et λ en ordre de grandeur. *Exo 5.*

ex4 : *Considérons une diode électro-luminescente (LED)* $\lambda_0 = 660$ nm, $\Delta\lambda = 25$ nm. *Quelle est la taille de la zone sur l'écran sans brouillage ? On prendra* $D = 2,0$ m, $a = 0,10$ mm.

• Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures dans un blanc d'ordre supérieur. *Exo 6.*

ex5 : *Trous d'Young* $a = 0,10$ mm, $D = 1,0$ m. *Observation en M à* $x = 5$ cm *du centre. Déterminer toutes les longueurs d'onde du domaine visible interférant destructivement en M.*

1 Trous d'Young - exo de cours

On considère le montage classique des trous d'Young à distance finie : on note a la distance entre les deux trous, d la distance entre la source S et le plan (P) des trous et D la distance entre le plan (P) et l'écran (E). La source S est monochromatique, de longueur d'onde λ, centrée sur l'axe de symétrie du système. On donne $D = 1,0$ m, $\lambda = 0,500$ μm.

1. Faire un schéma du montage.
2. (a) Déterminer la différence de marche entre les deux rayons arrivant en un point M de l'écran (M est supposé être au voisinage du centre O de l'écran) ?
   (b) En déduire l'interfrange i_0 et l'intensité $I(M)$ au point M. Tracer $I(x)$.
   (c) Dans l'air assimilé au vide, on mesure l'interfrange $i_0 = 2,0$ mm. En déduire la valeur de a.
3. Le dispositif est intégralement plongé dans de l'eau d'indice $n = 1,33$. Quelle est l'expression et la valeur du nouvel interfrange i ?
4. On remet le dispositif dans l'air, mais un des deux trous est partiellement bouché, ce qui fait qu'il ne laisse passer que 50% de l'intensité incidente. On suppose que ce problème ne provoque pas de déphasage supplémentaire. Qu'y a-t-il de modifié par rapport à la question 2 ? Tracer à nouveau $I(x)$. Commenter.

2 Mesure d'indice d'une lame

Pour un montage de trous d'Young typique : $a = 0,20$ mm, $D = 2,0$ m, $d = 0,50$ m, $\lambda_0 = 545$ nm. Quand on ajoute une lame d'épaisseur $e = 0,10$ mm d'indice n sur le trajet passant par le trou S_1, dans quel sens se décalent les franges ? On observe qu'au centre de l'écran ont défilé 95,5 franges lors de l'ajout de la lame. En déduire son indice n.

3 Interféromètre de Rayleigh

L'interféromètre de Rayleigh (dérivé de celui d'Young) est représenté sur la figure 21. La source S ponctuelle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm est placée au foyer objet d'une première lentille. L'écran est quant à lui dans le plan focal image d'une seconde lentille. Lorsque les tubes T_1 et T_2 sont remplis d'air, le montage est symétrique, et on observe une frange brillante au centre de l'écran. La longueur des deux tubes est $\ell = 20$ cm. T_2 étant toujours rempli d'air, on fait progressivement le vide dans T_1. Expliquer pourquoi les franges d'interférences défilent sur l'écran. Dans quel sens ? Pendant le pompage, 98 franges brillantes défilent en F', et, lorsque le vide est établi, on observe en F' une frange sombre. En déduire l'indice de l'air.

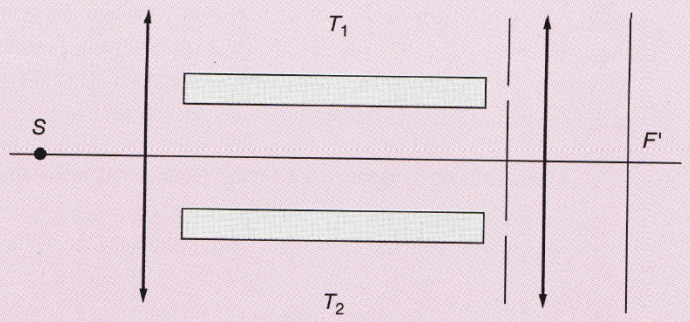
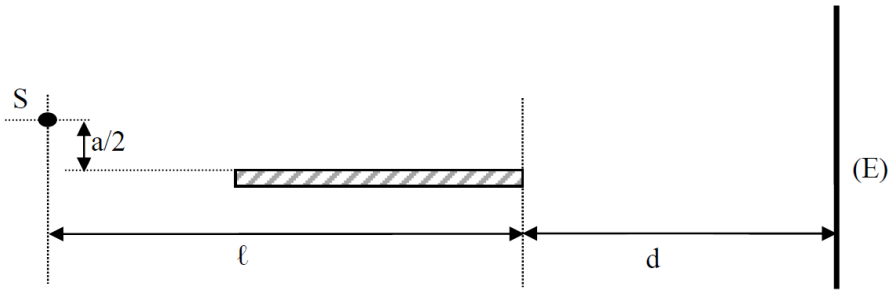


Figure 21

4 Miroir de Lloyd

On considère un miroir plan éclairé sous incidence rasante par une source S monochromatique de longueur d'onde λ et on s'intéresse à la figure recueillie sur l'écran (E) (cf figure). Cette expérience est appelée « Miroir de Llyod ». On indique que la réflexion sur un miroir provoque un déphasage supplémentaire de π de l'onde (équivalent donc à une différence de marche supplémentaire de $\lambda/2$.

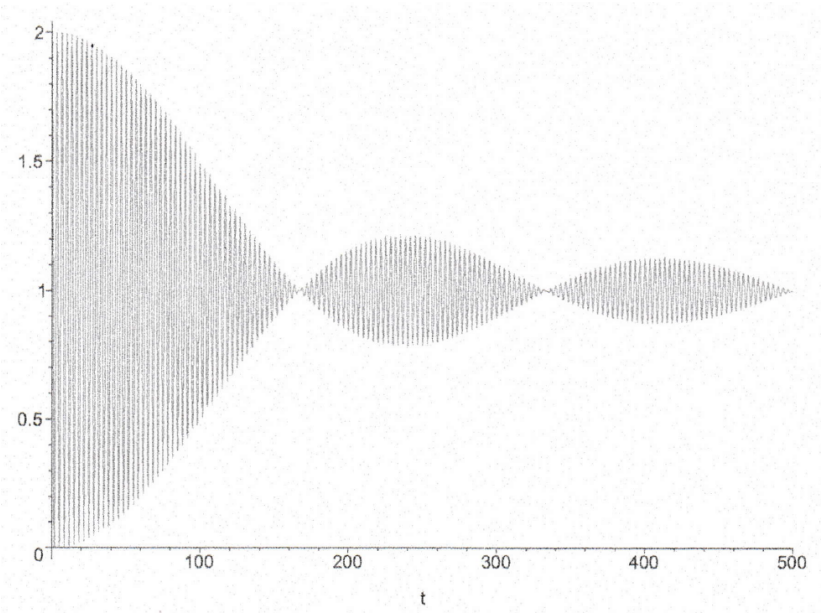


1. Expliquer pourquoi on observe des interférences, faire apparaître la zone d'interférence sur le dessin, ainsi que les deux sources secondaires (sources cohérentes dont semblent provenir les deux rayons interférant). Les interférences sont-elles localisées ?
2. Représenter maintenant les deux rayons qui interfèrent en un point M de l'écran. Déterminer la différence de marche totale entre ces deux rayons $\delta(M)$, l'ordre d'interférences $p(M)$, ainsi que le déphasage $\phi(M)$. En déduire l'interfrange i.
3. En déduire l'expression de l'intensité sur l'écran. Quelle est la forme géométrique des franges d'interférences ? Peut-on remplacer la source ponctuelle par une fente lumineuse allongée dans la direction orthogonale au plan de la figure sans dégrader la visibilité des franges ?
4. On remplace S par une fente perpendiculaire au plan de la figure, centrée en S, de largeur b. En utilisant le critère semi-quantitatif de visibilité de franges, estimer l'extension spatiale de la figure d'interférences où les franges restent visibles. On l'exprimera en fonction de i, a et b.

5 Mesure d'une largeur spectrale (**)

Considérons une source ponctuelle dont le spectre est constitué d'une raie de longueur d'onde moyenne $\lambda_0 = 668$ nm et de largeur $\Delta\lambda$. Elle éclaire un dispositif de trous d'Young dont la distance $a(t)$ varie en fonction du temps : $a(0) = 0$ et $da/dt = V_0 = 100$ μm.s^{-1}. L'écran est à distance $D = 5,00$ m. On place un capteur sur l'écran en un point M à distance $x = 1,0$ cm du centre. Le graphe suivant présente l'intensité lumineuse reçue par le capteur en fonction du temps en secondes.

Déterminer une estimation de la largeur spectrale $\Delta\lambda$.

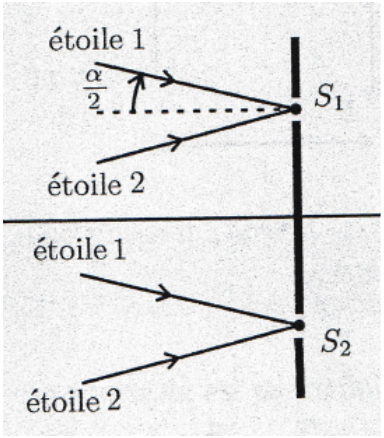


6 Mesure de a à partir du spectre cannelé (**)

On éclaire en lumière blanche deux trous d'Young distants de a. La source ponctuelle S est à égale distance des trous. L'écran est à $D = 2,50$ m du plan des trous. On place un spectromètre au point M de l'écran à $x = 1,5$ cm du centre. On observe 17 cannelures dans l'intervalle [400 nm, 800 nm]. On assimile l'indice de l'air à 1. Déterminer l'intervalle des valeurs possibles de a. *Données* : Si un intervalle $[a, b]$ contient N entiers, alors $N - 1 < b - a < N + 1$.

7 Distinction d'une étoile double par des trous d'Young (**)

On considère deux étoiles similaires vues depuis la Terre sous un angle α. Le lumière provenant de cette paire d'étoile est filtrée à $\lambda = 635$ nm puis diffractée par des trous d'Young distants de a et on observe sur un écran à distance D.



1. Pour chaque étoile, exprimer l'ordre d'interférence $p(M)$ sur l'écran.
2. En visant l'étoile double Capella de la constellation du Cocher, des astronomes ont observé une première annulation de contraste des interférences pour $a = 1,16$ m. En déduire l'angle α à l'aide du critère semi-qualitatif de brouillage des franges.
3. Expliquer l'intérêt de cette méthode interférométrique par rapport à une observation directe sachant que la turbulence atmosphérique limite la résolution angulaire à environ 1" Rappel : $1° = 60'$ et $1' = 60"$.

8 Bilentilles de Billet (**)

On considère une lentille convergente $\mathscr{L}$ de distance focale $f' = 20$ cm. On place une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm sur l'axe de la lentille, à 60 cm de son centre, orthogonalement au plan de la figure.

1. Donner la position de l'image S' de S. Que vaut le grandissement?
2. Retrouver la position de S' par une construction géométrique.

La lentille est sciée en deux parties identiques qu'on éloigne l'une de l'autre d'une distance $\varepsilon = 2$ mm. On place un cache entre les deux demi-lentilles ainsi obtenues. On note O_1 et O_2 les centres optiques respectifs des demi-lentilles supérieure et inférieure (*cf.* figure 2.47).

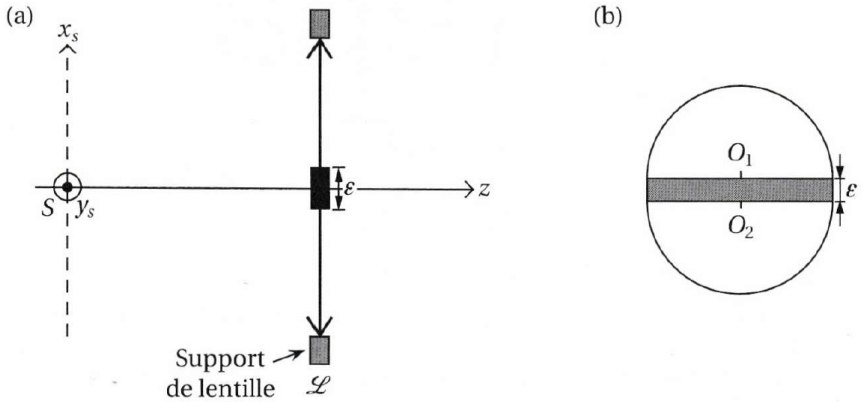


Figure 2.47. (a) Montage optique utilisant une bilentille de Billet. (b) Bilentille de Billet vue de face.

3. Déterminer les nouvelles images de S, notées S_1 et S_2, et calculer la distance $a = S_1S_2$.
4. On place un écran à une distance $D = 3,0$ m de la lentille, grande devant f'. Décrire ce que l'on observe sur l'écran. Déterminer l'intensité en un point M de l'écran, en fonction de x, distance de M à l'axe passant par S.
5. Représenter sur un dessin le champ d'interférences.
6. Quel est le nombre de franges observables?
7. Que se passe-t-il si l'on utilise une source de la forme d'une fente fine étendue dans la direction :
   a. parallèle à (Sx_s)?
   b. parallèle à (Sy_s)?

9 Interférences à 3 trous de Young (**)

On réalise l'expérience des trous de Young, utilisant deux lentilles convergentes, mais avec 3 trous équidistants de a. Les deux lentilles sont identiques, de focale f'. La source S (monochromatique de longueur d'onde λ_0 et ponctuelle) et l'écran sont respectivement placés aux foyers objet et image des deux lentilles.

1. Faire un schéma du dispositif expérimental. Quel est le rôle de chaque lentille ?
2. Évaluer la différence de marche δ entre deux rayons, passant par deux trous successifs, interférant en un point M de l'écran.
3. Déterminer l'intensité lumineuse observée sur l'écran en fonction de $\cos\varphi$, où $\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\delta$? On notera I_0 l'intensité sur l'écran quand un seul des trous laisse passer la lumière.
4. Représenter graphiquement l'allure de l'intensité sur l'écran.
5. Essayer de prédire l'allure pour N fentes (position des maxima ainsi que leur largeur notamment).

10 Fentes de Young larges (***)

Un système de fentes de Young dans l'air d'indice $n = 1$ contenu dans un plan (OXY) est éclairé par une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ_0, placée sur l'axe optique et dont la position est confondue avec le point focal objet F d'une lentille mince convergente $(\mathcal{L}_1)$. Les deux fentes, de largeur b, sont séparées d'une distance a dans la direction (OX). On note O le point médian entre les centres des deux fentes, situé sur l'axe optique et $P(X)$ un point quelconque de l'axe (OX) balayant la largeur des fentes. Le phénomène d'interférences est observée sur un écran appartenant au plan focal image d'une lentille mince convergente $(\mathcal{L}_2)$. On considère que les fentes ont une largeur b qui n'est pas négligeable devant la longueur d'onde de la source. On choisit comme référence de phase le point O pour simplifier les calculs, même si a priori aucun rayon lumineux n'est émis par ce point. On note alors $\underline{s}_0(M)e^{j\omega t}$ la vibration lumineuse au point M issue de O. Dans la suite, on notera $\underline{s}_0(M) = \underline{s}_0$. On considère que la largeur des fentes est telle que $b \ll a$ sans pour autant être négligeable.

1. Quel phénomène optique a lieu en plus des interférences ?
2. Réaliser un schéma du dispositif.
3. On note $\underline{s}_p(M,t) = K\underline{s}_0 e^{j(\omega t - \Delta\varphi_P(M))}$ la vibration lumineuse au point M issue du point P, où K est une constante dimensionnée qu'on ne cherchera pas à déterminer. Évaluer la différence de phase $\Delta\varphi_P(M)$ entre l'onde provenant du point P et celle venant du point O.
4. En considérant que les deux fentes sont constituées d'émetteurs secondaires cohérents entre eux, on peut sommer les amplitudes des ondes émises par chacun d'entre eux. Déterminer l'expression de l'amplitude totale de la vibration lumineuse reçue par le point M.
5. En déduire que l'éclairement (identique à l'intensité) résultant au point M s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda_0 f'}\right)\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda_0 f'}\right)\right]$$

avec $\mathcal{E}_0 = K^2 b^2 \underline{s}_0 \underline{s}_0^\star$.On donne l'expression de la fonction sinus cardinal sinc : $\forall x \in \mathbb{R}, \mathrm{sinc}(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$. Tracer l'allure de l'éclairement en fonction de x. Identifier les distances caractéristiques de cet éclairement, leurs dépendances par rapport aux paramètres géométriques des fentes d'Young et relier ces distances caractéristiques aux phénomènes d'interférences et de diffraction.