

TDO4 : Interféromètre de Michelson : exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude

Savoirs

- Interféromètre de Michelson équivalent à une lame d'air éclairée par une source spatialement étendue. Localisation des franges. Conditions d'éclairage et d'observation. Différence de marche. Franges d'égale inclinaison.
- Interféromètre de Michelson équivalent à un coin d'air éclairé par une source spatialement étendue. Localisation des franges. Conditions d'éclairage et d'observation. Franges d'égale épaisseur.

Interro de cours

Considérons un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur e dans l'air d'indice égal à 1.

1. Les franges sont-elles rectilignes ou circulaires ?
2. Le faisceau d'éclairage doit-il être parallèle ou convergent ? Comment placer l'écran et la lentille en sortie ?
3. Donner l'expression de la différence de marche δ entre deux rayons provenant d'un rayon incident d'angle d'incidence i .
4. Qu'observe-t-on sur l'écran si e augmente à partir de $e = 0$?

Considérons un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air.

5. Les franges sont-elles rectilignes ou circulaires ?
6. Le faisceau d'éclairage doit-il être parallèle ou convergent ? Quel est le nom de la méthode expérimentale à employer pour produire ce faisceau ? Comment placer l'écran et la lentille en sortie ?
7. Décrire et interpréter l'observation en lumière blanche.

Savoir-faire

- Décrire les conditions d'éclairage et d'observation. *Exos 1 et 2.*
ex1 : Dans le cas du montage en lame d'air, dans quel but utilise-t-on une lentille pour focaliser le faisceau incident au voisinage des miroirs ? Pourquoi est-elle de courte distance focale ? Comment choisir et placer la lentille qui permet de visualiser les franges sur un écran ?
ex2 : Dans le cas du montage en coin d'air, comment éclairer les miroirs ? Comment choisir et placer la lentille qui permet de visualiser les franges sur un écran ?
- **Lame d'air : établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde.** *Exos 1, 3, 4.*
ex3 : Démontrer que $p = 2e \cos i / \lambda_0$.
- Coin d'air : admettre et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences. *Exo 2.*
- Lame d'air : mesurer l'écart $\Delta\lambda$ d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation. *Exos de cours et 1, 3, 4.*
- Coin d'air : Caractériser la géométrie d'un objet ou l'indice d'un milieu à l'aide d'un interféromètre de Michelson. *Exos de cours et 5.*
- Interpréter des observations en lumière blanche. *Exo 7.*

1 Exo-type : lame d'air

Un interféromètre de Michelson est monté en lame d'air d'épaisseur $e = 1,0$ mm et est éclairé avec une source étendue monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632$ nm. À la sortie de l'interféromètre, on place une lentille (L_2) convergente de focale $f'_2 = 1,0$ m et on observe les franges dans son plan focal image.

1. Faire un schéma de l'interféromètre de Michelson.
2. Les franges d'interférences sont-elles localisées ? Si oui, où le sont-elles ?

3. Quelles sont les conditions d'éclairement de l'interféromètre ?
4. Établir l'expression de la différence de marche en un point M de l'écran repéré par la distance $\rho = F'_2 M$ avec F'_2 le foyer image de la lentille de sortie.
5. On suppose que la frange centrale ($\rho = 0$) est brillante. Montrer que le rayon ρ_n de la n ème frange brillante est proportionnel à $\sqrt{n}$ et calculer ρ_1 .
6. On remplace la lumière monochromatique par la lumière émise par une lampe à vapeur de sodium dont le spectre présente un doublet de fréquences : $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = 589,6 \text{ nm}$. Déterminer les épaisseurs e pour lesquelles on observe des antioïncidences sur l'écran.

2 Exo-type : coin d'air

Un interféromètre de Michelson est monté en coin d'air d'angle $\alpha = 10^{-4} \text{ rad}$ et est éclairé avec une source étendue monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 600 \text{ nm}$ placée dans le plan focal objet d'une lentille (L_1) convergente de focale f'_1 . À la sortie de l'interféromètre, on place une lentille (L_2) convergente de focale $f'_2 = 20 \text{ cm}$ à la distance $d = 25 \text{ cm}$ du miroir (M_2) et un écran à la distance D de la lentille (L_2).

Si on repère un point M de (M_2) par son abscisse x par rapport à l'arête du coin d'air, la différence de marche vaut $\delta = 2\alpha x$.

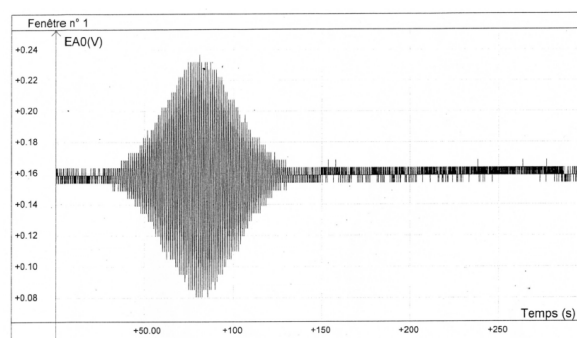
1. Faire un schéma de l'interféromètre de Michelson.
2. Les franges d'interférences sont-elles localisées ? Si oui, où le sont-elles ?
3. Quelles sont les conditions d'éclairement de l'interféromètre ?
4. Sur un miroir, on repère un point par sa distance x à l'arête du coin d'air. On donne la différence de marche $\delta = 2\alpha x$ en ce point. Déterminer l'expression de l'interfrange sur le miroir. Faire l'application numérique.
5. On donne les relations $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, et $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$. Déterminer maintenant l'expression de l'interfrange sur l'écran. Faire l'application numérique.
6. Qu'observerait-on sur l'écran si on remplaçait la lumière monochromatique par la lumière émise par une lampe à vapeur de sodium ? Proposer qualitativement le phénomène en jeu. Puis effectuer des applications numériques pertinentes pour déterminer si ce phénomène est effectivement observable ici. Le spectre d'une telle lumière présente un doublet de fréquences : $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = 589,6 \text{ nm}$.
7. Déterminer les positions des antioïncidences sur l'écran.
8. Expliquer qualitativement ce qu'on observerait si on remplaçait la source lumineuse par une source de lumière blanche.

3 Bande passante d'un filtre (**)

On cherche à mesurer la bande passante $\Delta\lambda$ d'un filtre optique jaune centré sur $\lambda = 570 \text{ nm}$. On utilise pour cela un interféromètre de Michelson.

On place le filtre jaune derrière une source de lumière blanche et on éclaire un interféromètre de Michelson en configuration lame d'air. Le miroir mobile est charioté à vitesse constante à l'aide d'un moteur et l'on place une photodiode au centre de la figure d'interférences.

1. Qu'appelle-t-on longueur de cohérence ? Quelle condition la différence de marche doit-elle vérifier pour qu'on puisse observer des interférences ? Montrer que la longueur de cohérence L_C est de l'ordre de grandeur de $\lambda^2/\Delta\lambda$.



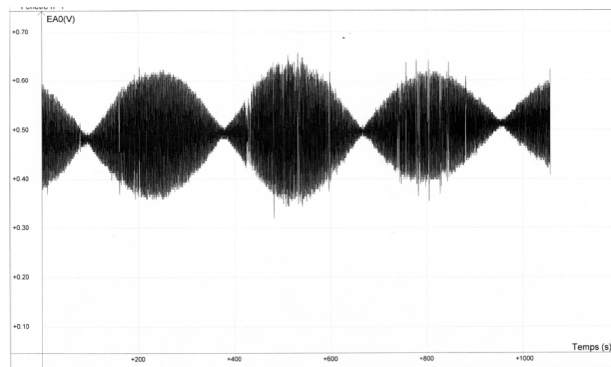
- Le signal de la photodiode est donné sur la figure ci-dessus. Au début de l'enregistrement, de durée totale 5 min, la vis micrométrique du Michelson indique $x_1 = 38,61$ mm. À la fin, $x_2 = 38,53$ mm. Interpréter la forme de ce signal. Déterminer $\Delta\lambda$.

4 Doublet du mercure (**)

Un étudiant observe sur un écran la figure d'interférences obtenue à l'aide d'un interféromètre de Michelson en configuration lame d'air éclairé par une lampe spectrale à vapeur de mercure. On rappelle que cette lampe spectrale émet deux raies de longueurs d'onde très proches : $\lambda_1 = 577$ nm et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ avec $\Delta\lambda$ très petit. Un filtre placé en sortie de la lampe retire les autres raies spectrales.

Le miroir mobile est charioté à une vitesse constante via un moteur et l'étudiant place une photodiode au centre de la figure d'interférences.

- On note x la position du miroir mobile repérée depuis le contact optique. Donner sans calcul l'ordre d'interférence au centre de l'écran pour λ_1 et pour λ_2 . En déduire les positions x pour lesquelles l'étudiant observe une anti-coïncidence.
- Au début de l'enregistrement, de durée totale 20 min, la vis micrométrique du Michelson indique $x = 37,71$ mm et à la fin $x = 35,21$ mm.



Déduire de cet enregistrement la valeur de $\Delta\lambda$.

5 Mesure de l'indice de l'air

Un interféromètre de Michelson est réglé de façon à observer des franges rectilignes avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm. Sur l'une des voies, le faisceau traverse une cuve dont la longueur est $d = 1,0$ cm. Un détecteur mesure l'intensité en un point fixe du champ d'interférences. Initialement la cuve est vide et le détecteur est placé sur un maximum d'intensité.

On fait rentrer l'air lentement dans la cuve, jusqu'à ce que la pression soit égale à la pression atmosphérique. 10 franges noires et 9 claires défilent alternativement, et le détecteur indique finalement une intensité égale à la moitié de l'intensité maximale.

Déterminer l'indice de réfraction de l'air.

6 Rayon des anneaux

On considère un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de mercure. Un filtre permet d'isoler la raie $\lambda_0 = 546$ nm.

- Quelle est sa couleur ?
- La distance relative entre les deux miroirs est $e = 1,1$ mm. Que vaut l'ordre au centre ?
- Sachant que la lentille de projection possède la focale $f' = 1,0$ m, calculer les rayons r des 5 premiers anneaux brillants.
- On chariote le miroir M2 de manière à diminuer e . Qu'observe-t-on sur l'écran ?
- Pour cette mesure sur un interféromètre de Michelson usuel, e est mesurée avec une incertitude type élargie : $\Delta e = 5,8$ μm . Que penser des calculs de p et r effectués aux questions précédentes ?

7 Spectre cannelé en lame d'air (**)

1. Quelle figure d'interférences observe-t-on sur l'écran en lumière monochromatique ?
2. Qu'observe-t-on quand on se rapproche du contact optique ?
3. À partir d'une position donnée, la lampe est remplacée par une lampe blanche. Le spectre en sortie d'interféromètre au centre de la figure est mesuré et comporte 20 cannelures. En déduire l'épaisseur e de la lame d'air.
4. Sur cet interféromètre, tourner la vis de chariotage d'un tour produit une translation de 0,500 mm. Pour alors atteindre le contact optique, de quel angle doit-on faire tourner la vis ? Est-ce facile ?

8 Mesure du rayon de courbure d'un miroir déformé (***)

Le miroir M_1 d'un Michelson est parfaitement plan, le miroir M_2 ne l'est pas et présente une surface sphérique de rayon R très grand, de l'ordre de la dizaine de mètres. On se place au contact optique au centre des miroirs, on éclaire le dispositif avec une source de lumière quasi monochromatique, de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 578 \text{ nm}$. On forme l'image de M'_1 sur un écran grâce à une lentille de projection, le grandissement du système optique vaut $-4,0$. On observe sur l'écran une teinte non uniforme : le centre de la figure forme une tache brillante entourée de trois franges circulaires brillantes de rayons respectifs

$$r_1 = 1,5 \text{ cm}, r_2 = 2,2 \text{ cm}, r_3 = 2,6 \text{ cm}, r_4 = 3,0 \text{ cm}$$

Déterminer la valeur de R .

9 Estimation des cannelures en lame d'air (**)

On éclaire en lumière blanche un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur $e = 1,00 \mu\text{m}$. Au niveau du centre de la figure d'interférence, on cherche les longueurs d'ondes des cannelures du spectre visible, considéré entre $\lambda_{\min} = 400 \text{ nm}$ et $\lambda_{\max} = 800 \text{ nm}$.

1. Justifier qu'en lumière blanche, il est impossible de voir plusieurs anneaux de manière contrastée.
2. Détermination directe, raisonnable s'il y a peu de cannelures.
 - (a) Déterminer l'expression générale des cannelures λ_{can} en fonction de e et d'un entier relatif k .
 - (b) Déterminer les valeurs des longueurs d'onde des cannelures dans le spectre visible, en donnant à chaque fois la valeur de k associée.
3. Détermination numérique. Si le nombre de cannelures est important, il faut envisager un calcul numérique avec itération pour les estimer. Le début du code est fourni ci-dessous.
 - (a) On veut que la fonction `lambda_can` renvoie la valeur d'une longueur d'onde d'une cannelure associée à l'entier k . Proposer ce qu'on doit écrire après le `return`.
 - (b) On souhaite que la liste `liste_can` contiennent après exécution du code la liste des valeurs des longueurs d'onde des cannelures du spectre visible. Proposer la suite du code qui permet cette opération. On n'a besoin d'importer aucun module supplémentaire, il suffit d'avoir des notions sur les boucles et les opérations sur les listes. Pour simplifier, on admet qu'il existe au moins une valeur, pas besoin de le vérifier ici.

```

1 e = 1e-6                                # epaisseur lame d'air
2 lambda_max = 800e-9                     # limite sup du spectre
3 lambda_min = 400e-9                     # limite inf du spectre
4
5 def lambda_can(k):                       # calculer une longueur d'onde de cannelure
6     return .....
7
8 liste_can = []                           # liste qui contiendra les longueurs d'onde
9
10 .....
```

Estimation de l'épaisseur de lame d'air à partir des cannelures

On considère le même dispositif mais sans connaître a priori la valeur de e . On mesure le spectre suivant : *[figure non fournie mais on peut y lire les cannelures de longueurs d'onde suivantes :]*

λ_{can} (nm)	407	446	493	551	624	720
-----------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

4. En déduire la valeur de e le plus précisément possible. Vous pouvez utiliser le script Python précédent.

10 Largeur spectrale d'un filtre (**)

C'est surtout la question 4 de calcul d'intensité qui est originale.

Un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air est éclairé par une source étendue (S) suivi d'un filtre transparent pour les fréquences comprises entre $\nu_m - \Delta\nu/2$ et $\nu_m + \Delta\nu/2$ et opaque pour les autres fréquences. L'éclairement est supposé uniforme de telle sorte que l'intensité élémentaire comprise entre ν et $\nu + d\nu$ en sortie du filtre est $dI_0 = A d\nu$ sur la gamme de fréquences transmises. On note $I_0 = A\Delta\nu$ l'intensité totale en sortie du filtre (aire sous la courbe donnant la densité spectrale d'intensité).

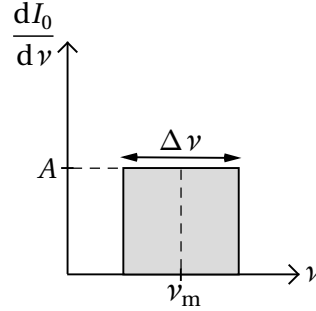


FIGURE 1 – Densité spectrale d'intensité de la source en fonction de la fréquence.

1. Pour observer les franges, on dispose d'une lentille de focale $f' = 50$ cm et d'un écran. À quelle distance de l'écran faut-il placer la lentille pour observer les franges ? Décrire la figure d'interférences observée sur l'écran.

Un des miroirs de l'interféromètre est entraîné par un moteur à vitesse $v_0 = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$. Un détecteur D supposé ponctuel positionné au niveau de l'écran sur l'axe optique de la lentille enregistre l'intensité lumineuse en fonction du temps t .

2. En supposant que l'interféromètre est initialement au contact optique, exprimer la différence de marche au niveau du détecteur δ_D en fonction du temps.
3. Pour la composante de fréquence de l'onde lumineuse comprise entre ν et $\nu + d\nu$, déterminer l'expression de l'intensité lumineuse élémentaire $dI(D)$ au niveau du détecteur en fonction de dI_0 , ν et t .
4. Que peut-on dire de la cohérence de deux ondes émises par des sources de longueurs d'ondes différentes ? En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $I(D)$ au niveau du détecteur en fonction de I_0 , ν_m , $\Delta\nu$ et t .
5. Le résultat de l'enregistrement du capteur lors du mouvement du miroir est donné sur la figure 2. À partir de ces données, déterminer les valeurs de ν_m et $\Delta\nu$. En déduire la longueur d'onde centrale λ_m ainsi que la largeur spectrale en longueur d'onde $\Delta\lambda$ du filtre.

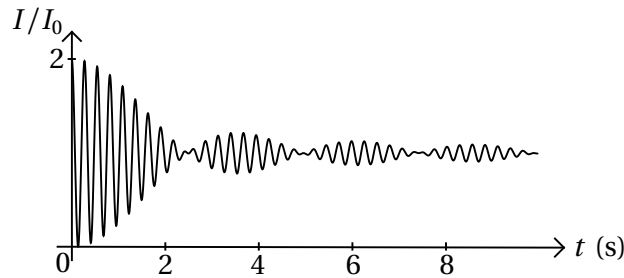


FIGURE 2 – Intensité normalisée enregistrée par le détecteur en fonction du temps lors du déplacement du miroir.