

TDT3 : Transfert thermique

Savoirs

- Flux thermique ϕ_Q , vecteur densité de flux $\vec{j}_Q$, transfert thermique. Bilan local 1D cartésien, et 3D, éventuellement avec source.
- Loi de Fourier, ODG de λ pour air, eau, béton, acier. Équation de diffusion 1D et 3D. Connaître $L \simeq \sqrt{D\tau}$. Relation de Newton pour interface solide-fluide.
- Régimes stationnaires. Résistances thermiques.
- Expressions des opérateurs div , $\overrightarrow{\text{grad}}$, Δ en coordonnées cartésiennes.
- Méthode des différences finies.
- Rayonnement thermique : approche descriptive, effet de serre, albédo.

Savoir-faire

- Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. *Exos 1, 2.*
- Effectuer un bilan local ou global en régime permanent pour en déduire des contraintes sur $\vec{j}_Q$. *Exos 2, 3, 7.*
- Utiliser la loi de Fourier. *Exos 2 (3.2), 3, 4, 7.*
- En géométrie cartésienne, établir l'équation de bilan local à partir du premier principe pour un solide. En déduire l'équation de diffusion, éventuellement avec source. *Exos 4.*
- Utiliser les expressions fournies de div , $\overrightarrow{\text{grad}}$, Δ .
- Exprimer une résistance thermique pour un modèle unidimensionnel. Utiliser des associations de résistances thermiques. *Exos 2, 5, 6, 8.*
- Utiliser la loi de Newton fournie comme condition aux limites à une interface solide-fluide. *Exos 3, 5..*
- Utiliser les expressions fournies des lois de Wien et de Stefan pour expliquer qualitativement l'effet de serre. *Exo 9.*
- À l'aide d'un langage de programmation, résoudre l'équation de la diffusion thermique à une dimension par une méthode des différences finies dérivée de la méthode d'Euler explicite de résolution des équations différentielles ordinaires. *Exo 13.*

Interro de cours

1. Donner l'unité du flux thermique ϕ_Q et de la densité de flux thermique j_Q . Donner le lien entre ϕ_Q et j_Q .
2. Donner l'équation de bilan thermique local en 1D cartésien et en 3D.
3. Donner la loi de Fourier dans le cas général d'une géométrie quelconque et en 1D cartésien.
4. Donner l'équation de diffusion en 1D cartésien et en 3D.
5. Démontrer l'unité de D à partir de l'équation de diffusion
6. Donner l'ODG de λ pour air, eau, béton, acier.
7. Expression des opérateurs $\overrightarrow{\text{grad}}$, div et Δ en cartésien.
8. Donner la définition de la résistance thermique R_{th} d'un matériau en fonction de la différence de température ΔT et du flux thermique ϕ . Quelle est son expression pour un barreau de longueur L et section S ?
9. Donner l'expression au deuxième ordre en dx de $T(x + dx, t)$.

Formulaire

$$\begin{aligned} \text{cylindrique :} \quad \text{div}(\vec{a}) &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \\ \text{sphérique :} \quad \text{div}(\vec{a}) &= \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial(r^2 \cdot a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial(a_\theta \cdot \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cylindrique :} \quad \overrightarrow{\text{grad}}(f) &= \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \vec{e}_z \\ \text{sphérique :} \quad \overrightarrow{\text{grad}}(f) &= \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \cdot \vec{e}_\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cylindrique :} \quad \Delta f &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \\ \text{sphérique :} \quad \Delta f &= \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \cdot \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \end{aligned}$$

1 Principe d'une cave

Une version plus quantitative de cet exo sera étudiée dans le chapitre de Physique des Ondes PO2.

On cherche à justifier pourquoi une cave enterrée à quelques mètres sous le sol est de température quasiment constante malgré les variations quotidiennes et saisonnières de températures au niveau du sol. On assimile le sol à un matériau homogène de masse volumique $\rho = 3.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, capacité thermique massique $c = 870 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, conductivité thermique $\lambda = 0,4 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Déterminer l'équation de diffusion dans le cas cartésien 1D à partir de l'équation de bilan local d'énergie. En déduire l'expression d'un coefficient de diffusion en fonction des données.
2. En déduire un ordre de grandeur de la longueur de diffusion thermique dans le sol pour deux durées typiques de fluctuations de température de surface : 1 jour et 1 an. Commenter.

2 Énoncés courts mais subtils (**)

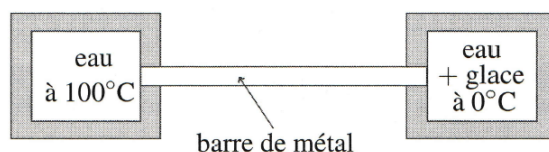
3.1 Cuisson d'un œuf (*)

La cuisson d'un œuf de poule à la coque dure 3 minutes. Un œuf moyen a une masse comprise entre 53 et 63 g. Quelle serait la durée pour faire cuire à la coque un œuf d'autruche, sachant que la masse de celui-ci est comprise entre 1,2 et 1,8 kg ?

3.2 Épaisseur d'un igloo (*)

Quelle doit être l'épaisseur minimale des murs d'un igloo, contenant un seul habitant, si la température extérieure est de -20°C ? La conductivité de la glace sera prise égale à $\lambda = 0,05 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, la température intérieure minimale nécessaire à la survie égale à 10°C et on considérera que le métabolisme de l'habitant dégage une puissance $\mathcal{P} = 50 \text{ W}$.

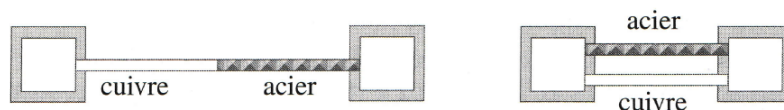
3.3 Associations de résistances thermiques (**)



Les parois sont adiabatiques.

Si la barre de métal est en cuivre, la glace fond en 20 minutes. Si elle est en acier, elle fond en 40 minutes.

En combien de temps fond la glace dans les deux configurations suivantes :



3 Température d'un câble électrique

Un conducteur électrique de section circulaire de rayon r_1 , de conductivité électrique σ et de conductivité thermique k_1 est entouré d'une gaine isolante pour $r_1 < r < r_2$ de conductivité thermique k_2 . Ce conducteur est parcouru par un courant d'intensité I . Sa résistance électrique d'une longueur L du câble est $R = \frac{L}{\sigma S}$ avec S la section du conducteur.

On se place en régime permanent et on néglige tout effet de bord. La conduction sera considérée uniquement radiale. On suppose que le contact thermique entre le conducteur et la gaine est parfait. En revanche, on admettra qu'entre la gaine isolante et l'air ambiant (de température T_0) s'établissent des échanges thermiques superficiels tels que la densité de flux thermique entre la gaine à la température $T(r_2)$ et l'air s'écrit $j = h(T(r_2) - T_0)$. On notera r la distance d'un point à l'axe du conducteur.

1. Pour une longueur L de câble, exprimer la puissance P dissipée par effet Joule. En déduire l'expression de $j(r_1)$.
2. Par un bilan énergétique global sur un système bien choisi, relier $j(r_1)$, $j(r)$, r et r_1 . (Il est également possible de déterminer par un bilan local que $j(r) = \text{cte}/r$.)
3. En déduire l'expression de la température $T(r_2)$ dans la gaine.
4. Déterminer l'expression de la température $T(r)$ en tout point de la gaine, puis la température à l'interface conducteur-gaine.
5. Un courant d'intensité $I = 32$ A traverse le conducteur. Déterminer la température $T(r_1)$ selon que la section du fil est de $1,5 \text{ mm}^2$ ou 6 mm^2 . Commenter.

Données : $k_1 = 50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $k_2 = 0,05 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $h = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$; $\sigma = 107 \text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$; $r_2 - r_1 = 2 \text{ mm}$; $T_0 = 25^\circ\text{C}$.

4 Barreau d'uranium

La réaction nucléaire se produisant dans un barreau d'uranium dégage une puissance volumique $P_v = 700 \text{ MW.m}^{-3}$. Le barreau considéré, d'axe Oz , a pour rayon $r = 10 \text{ mm}$ et pour longueur $L = 10 \text{ m}$. On étudie ce barreau en régime stationnaire établi. On considère les parois latérales calorifugées de sorte que le vecteur densité de flux thermique a pour expression $\vec{j} = j(z).\vec{e}_z$ en tout point du barreau. On considère le contact idéal entre le bord du barreau et l'air extérieur à la température $\theta_0 = 200^\circ\text{C}$ en $z = 0$ et $z = L$. L'uranium a pour conductivité thermique $\lambda = 27 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. En raisonnant sur une tranche du barreau de longueur dz entre z et $z + dz$, déterminer une relation entre $j(z)$ et P_v .
2. Dans le cadre du régime stationnaire étudié, déterminer les constantes A , B et C dans la relation $T(z) = A.z^2 + B.z + C$
3. En déduire la valeur de la température maximale dans le barreau. Commenter.

5 Influence de la convection

On ne considère que des régimes permanents. L'intérieur d'une pièce à la température T_1 est séparée de l'extérieur à la température $T_2 < T_1$ par une paroi vitrée de surface S et d'épaisseur e , orthogonale à l'axe Ox , et dont le verre a une conductivité thermique κ . En plus de la conduction, on doit tenir compte des échanges superficiels entre le verre et l'air extérieur. Une surface S de verre à la température T_S échange avec l'air à la température T_a le flux $\phi_s = h.S.(T_S - T_a)$. On considèrera la température du verre à l'interface intérieure égale à T_1 .

1. Exprimer la résistance thermique R_v de la vitre en fonction de κ , S et e .
2. Exprimer la résistance thermique R_s modélisant les phénomènes de convection en fonction de S et h .
3. Exprimer le flux thermique à travers le vitrage.
4. Par temps calme, $h_1 = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ alors que par grand vent $h_2 = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. Déterminer les pertes relatives dues au vent.
5. Déterminer puis calculer dans les deux cas la température à la surface externe de la vitre.
6. AN avec $T_1 = 290 \text{ K}$; $T_2 = 270 \text{ K}$; $e = 3 \text{ mm}$; $\kappa = 1,2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

6 Isolation

L'intérieur d'une maison à la température T_i , et l'extérieur à la température T_e sont considérés comme deux sources idéales de température. Le mur d'une surface $S = 20 \text{ m}^2$ qui les sépare est constitué :

- de parpaings d'épaisseur $e_1 = 40 \text{ cm}$ et de conductivité thermique $\lambda_1 = 0,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- d'un isolant d'épaisseur de conductivité thermique $\lambda_2 = 0,05 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Une petite partie $s = 5 \text{ m}^2$ du mur est difficile à isoler. Ainsi plutôt que de mettre une épaisseur $e = 20 \text{ cm}$ d'isolant réparti uniformément comme prévu sur le devis, l'artisan pose une épaisseur $e_2 = 27 \text{ cm}$ sur les parties accessibles et n'isole pas le reste du mur. Proposer un argumentaire chiffré permettant au client de porter réclamation.

7 Épaisseur d'une couche de glace (**)

On étudie la formation d'une couche de glace à la surface d'un lac. L'interface air-glace est en $z = 0 =$. À l'instant t , l'épaisseur de glace est notée $e(t)$, l'augmentation d'épaisseur pendant dt est notée de . Le phénomène est suffisamment lent pour considérer le régime stationnaire du point de vue de la conduction thermique.

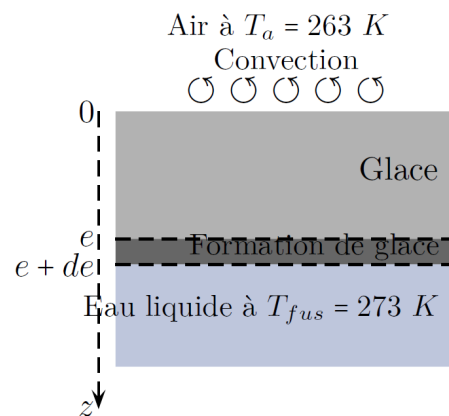
On note T_a la température de l'air, $T_s = T(z = 0)$ la température de la glace à l'interface avec l'air, et T_{fus} la température de l'eau liquide en équilibre avec la glace.

On admet que l'échange énergétique entre l'air et l'eau se fait uniquement avec l'air extérieur, au travers de la couche de glace déjà constituée. Les phénomènes de conducto-convection à l'interface air-glace induisent une température à cette interface $T_s \neq T_a$. Ces phénomènes sont traduits par la loi de Newton : $|j_{cc}| = h|T_s - T_a|$, $h = 50 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

On note $\vec{j}_{th} = j_{th}(z)\vec{e}_z$ le vecteur densité de flux thermique dans la glace.

Données pour la glace : conductivité thermique $\lambda_g = 2,1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$; enthalpie de fusion $\ell_{fus} = 330 \text{ kJ.kg}^{-1}$; masse volumique $\rho_g = 900 \text{ kg.m}^{-3}$.

1. Exprimer $j_{th}(z = 0)$ en fonction de h , T_s et T_a .
2. Relier j_{th} à λ_g , e , T_s et T_{fus} , puis en fonction de h , T_a , λ_g , e et T_{fus} .
3. Relier j_{th} à de , dt , ρ_g et ℓ_{fus} .
4. En déduire une équation différentielle vérifiée par e . Déterminer l'expression de $e(t)$.
5. Calculer la vitesse de croissance de la glace au début de la formation de la couche de glace.



8 Neige sur un toit (**)

Un jour d'hiver, il fait une température $T_0 = -15^\circ\text{C}$ à l'extérieur du chalet et on maintient une température T_1 à l'intérieur par chauffage. Ce jour là, la neige tombe avec un débit massique surfacique $D_N = 2,1 \text{ kg.h}^{-1}.\text{m}^{-2}$.

Le chalet est en bois avec des murs et un toit d'épaisseurs e , le toit est incliné de 30° par rapport à l'horizontale et a une surface S . On considère que la neige se dépose et tient sur le toit tant que sa température est inférieure à 0°C . Et lorsque sa température atteint 0°C , elle glisse brusquement du toit.

1. Donner qualitativement l'évolution de l'épaisseur de neige sur le toit.
2. Pour un toit initialement sans neige, on observe que la neige tombe du toit au bout de 2 h. En déduire la température T_1 dans le chalet.

Données :

- ★ Conductivité thermique de la neige : $\lambda_n = 0,045 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
- ★ Conductivité thermique du sapin : $\lambda_s = 0,13 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
- ★ Coefficient de conducto-convection (naturelle) d'une interface air/solide : $h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.
- ★ Densité de la neige fraîche peu tassée : $d_n = 0,1$.

9 Effet de serre avec double vitrage

On considère un mur assimilable à un corps noir. Le flux solaire arrive sur un double vitrage en incidence normale avant d'atteindre le mur. On considère le problème unidimensionnel. Une vitre peut être considérée comme transparente dans le domaine du visible et comme un corps noir dans le domaine infra-rouge. Au niveau de la Terre, la densité surfacique de flux solaire est $\varphi = 350 \text{ W.m}^{-2}$. On néglige dans ce problème l'effet de serre dû à l'atmosphère.

Lorsque le mur reçoit directement le flux solaire (vitres ouvertes), sa température est $\theta_0 = 15^\circ\text{C}$. On rappelle la loi de Stephan $\varphi = \sigma.T^4$. On notera φ_m , φ_{v1} et φ_{v2} les flux surfaciques correspondant au rayonnement respectivement du mur, de la vitre coté mur et de la vitre extérieure. Le mur ne rayonne que $\eta = 70\%$ du rayonnement total vers les vitres, le reste étant rayonné vers les autres pièces de la maison. Les vitres rayonnent des deux cotés.

1. Écrire trois relations liant les densités surfaciques de flux rayonnées et le flux surfacique solaire incident en effectuant un bilan énergétique pour le mur et chacune des vitres
2. En déduire la température du mur.

10 Solution gaussienne

En géométrie sphérique pour $T(r, t)$, on donne : $\Delta T = \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$. Démontrer que la solution suivante vérifie l'équation de la chaleur, et déterminer que $C = nD$ en précisant l'entier n :

$$T(r, t) = (\pi Ct)^{-3/2} \exp\left(-\frac{r^2}{Ct}\right)$$

11 Refroidissement d'une très petite sphère immergée (**)

Considérons une petite bille métallique initialement chaude plongée dans un grand volume d'eau froide. Proposer un modèle puis déterminer l'expression de la température de la bille en fonction du temps. Faire l'analogie avec un circuit électrique usuel. Signaler quelques limites de la modélisation.

12 Refroidissement d'une sphère immergée (**)

Une boule métallique homogène de rayon R_s est placée dans un fluide à température T_e . Le transfert thermique à l'intérieur de la boule se fait par conduction uniquement, où la température est notée $T(r, t)$. La température à la surface extérieure de la boule est notée $T_s(t) = T(r = R_s, t)$ supposée toujours supérieure à T_e . On admet que le transfert thermique surfacique du solide vers le fluide est $\Psi_s(t) = h(T_s(t) - T_e)$. On introduit les notations $\Theta(r, t) = T(r, t) - T_e$ et $\Theta_s(t) = T_s(t) - T_e$. En géométrie sphérique pour $T(r, t)$, on donne :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{u}_r, \quad \Delta T = \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (1)$$

1. Écrire l'équation de diffusion pour $\Theta(r, t)$.
2. On recherche une solution sous la forme $\Theta(r, t) = f(r)g(t)$ où f et g sont supposées partout non nulles. Montrer que :

$$\frac{D}{f(r)} \left(\frac{2}{r} f'(r) + f''(r) \right) = \frac{g'(t)}{g(t)} \quad (2)$$

justifier alors que g décroît exponentiellement : $g(t) = g(0) \exp(-t/\tau)$.

3. Rechercher une solution de l'équation précédente sous la forme : $f(r) = \frac{\sin(\alpha r)}{r}$. En déduire qu'il faut $\tau = 1/(\alpha^2 D)$. Donner la limite de f quand $r \rightarrow 0$.
4. Justifier par un argument physique la relation :

$$-\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial r}(r = R_s) = h \Theta_s \quad (3)$$

5. Montrer que $x = \alpha R_s$ vérifie :

$$1 - x \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \frac{h R_s}{\lambda} = \text{Nu} \quad (4)$$

où le nombre sans dimension Nu est appelé nombre de Nusselt.

6. On note $\cotan(x) = \cos(x)/\sin(x)$. Donner le premier terme du développement limité en $x = 0$ de la fonction $1 - x \cdot \cotan(x)$, puis tracer l'allure de celle-ci. En déduire que, quelle que soit la valeur de Nu , il existe une racine positive de l'équation obtenue à la question précédente.
7. La plus petite racine positive de l'équation ci-dessus contrôle le comportement asymptotique aux temps longs de la température de la sphère. Montrer que le temps τ de décroissance exponentielle de la température de la sphère se comporte alors comme :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{R_s^2}{3D Nu} \quad \text{si } Nu \ll 1 \\ \tau &= \frac{R_s^2}{\pi^2 D} \quad \text{si } Nu \gg 1 \end{aligned} \quad (5)$$

8. Calculer numériquement le temps caractéristique τ pour une sphère de plomb, caractérisée par les grandeurs suivantes : $h = 5,8 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$, $R_s = 0,1 \text{ m}$, $c_p = 130 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $\mu = 1,13.10^4 \text{ kg.m}^{-3}$, $\lambda = 35 \text{ uSI}$.
9. Dans le cas général où le nombre Nu n'est ni négligeable ni très grand devant 1, il faut procéder à une résolution numérique approchée pour déterminer la valeur des racines de l'équation $1 - x \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = Nu$. Dans le cas $Nu = 2$, on remarque graphiquement qu'on peut chercher la plus petite racine x dans l'intervalle $[0,1, 3,1]$. Proposer un code complet en Python qui détermine cette racine avec une précision inférieure à $\epsilon = 10^{-5}$ et qui stockera dans la variable `n` le nombre d'itérations.

13 Résolution numérique d'un transfert thermique

On s'intéresse aux transferts thermiques à travers un mur compris entre les plans $x = 0$ (paroi intérieure) et $x = L$ (paroi extérieure), et de grande dimension selon y et z . On considère les températures constantes et uniformes aux niveau des parois : $T(t, x = 0) = T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$ et $T(t, x = L) = T_{\text{ext}} = 5^\circ\text{C}$. Initialement, sa température vaut $T(t = 0, x) = T_{\text{ext}}$. La température suit l'équation aux dérivées partielles $\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. On discrétise l'intervalle $[0, L]$ en $N_X + 1$ points régulièrement espacés d'un pas spatial dx . On note le pas de temps dt . La température à l'abscisse x_i à une date t_n sera notée T_i^n .

1. Exprimer la diffusivité thermique k en fonction de la conductivité thermique λ , la masse volumique ρ et la capacité thermique massique c du matériau.
2. Donner le nombre d'intervalles spatiaux dans l'intervalle $[0, L]$. Donner l'expression de dx en fonction des données du problème. En déduire l'abscisse x_i du i -ème point.
3. À l'aide de la formule de Taylor-Young, déterminer une expression de $\frac{\partial T}{\partial t}$ en fonction de $T(t, x)$ et $T(t + dt, x)$ à l'ordre le plus bas non nul en dt .
4. À l'aide de la formule de Taylor-Young, déterminer une expression de $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ en fonction de $T(t, x)$, $T(t, x - dx)$ et $T(t, x + dx)$ à l'ordre le plus bas non nul en dx .
5. En déduire l'expression de T_i^{n+1} en fonction de dt , dx , k , T_{i-1}^n , T_i^n et T_{i+1}^n .

Le code suivant permet de déterminer les valeurs de température aux points de discrétisation. Dans les questions suivantes, on cherchera à compléter les instructions manquantes.

6. Donner [Instruction 1] permettant de définir la diffusivité thermique k .
7. L'équation trouvée question 5 est-elle valable pour toute valeur de $i \in \llbracket 0, N_X \rrbracket$?
8. Définir les incréments de temps et d'espace en précisant [Instruction 2.1] et [Instruction 2.2]. N_t intervalles seront réalisés dans l'intervalle de temps $[0, t_{\text{max}}]$.
9. À partir des conditions aux limites et initiales, déterminer [Instruction 3.1], [Instruction 3.2], [Instruction 3.3] et [Instruction 3.4].
10. À partir de la question 5, compléter [Instruction 4.1], [Instruction 4.2] et [Instructions 4.3].

annexe : L'instruction `np.zeros((a,b))` renvoie un tableau de taille `(a,b)` dont chaque élément est un 0 :

```
1 # exemple d'utilisation de np.zeros
2 In [1]: np.zeros((3,5))
3 Out [1]:
4 array([[0., 0., 0., 0., 0.],
5        [0., 0., 0., 0., 0.],
6        [0., 0., 0., 0., 0.]])
```

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # donnees du pb
5 Lambda = 0.037
6 cp = 1500
7 rho = 1.325
8 L = 1          # epaisseur isolant
9 t_max = 20000  # temps de fin d'integration en secondes
10 N_t = 100      # nombres d'intervalles ds le tps
11 N_x = 5        # nombres d'intervalles ds l'espace
12 T_int = 20
13 T_ext = 5
14 K = [Instruction 1] # diffusivite thermique
15
16 # discretisation de l'espace et du tps
17 dx = [Instruction 2.1]
18 dt = [Instruction 2.2]
19 Temp = np.zeros((N_t + 1, N_x + 1))
20
21 # initialisation de la temperature
22 # conditions initiales
23 Temp[0,0] = [Instruction 3.1]
24
25 for i in range (1,N_x + 1):
26     [Instruction 3.2]
27
28 # conditions aux limites
29 for n in range (1,N_t + 1):
30     [Instruction 3.3]
31     [Instruction 3.4]
32
33 # calcul des temperatures aux differents instants
34 for n in [Instruction 4.1]):
35     for i in range [Instruction 4.2]:          # ni le 1er ni le dernier point
36         [Instructions 4.3]
```