

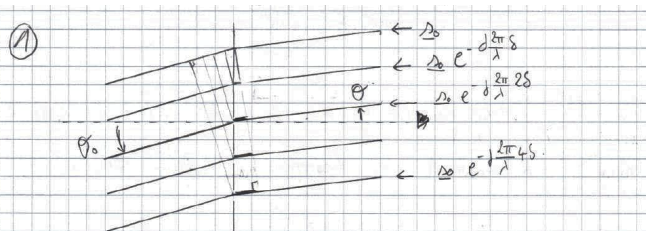
1 Mesure du pas du réseau (*)

La formule des réseaux donne $\sin \theta = \lambda/a = \lambda n$ car $i_0 = 0$ et $p = 1$.

Un triangle rectangle après la lentille donne $\tan \theta = d/f'$. Alors si on fait l'approximation des petits angles,

$$n = 1/a = d/(\lambda f') = 153 \text{ tr/mm}$$

2 Distinction du doublet du sodium (**)



La différence de phase $\frac{2\pi}{\lambda} \delta$ est la même entre 2 rayons consécutifs.

La différence de phase entre le premier rayon et le N-ème rayon est donc $(N-1) \times \frac{2\pi}{\lambda} \delta$.

δ est aussi la somme de N ordres dont la phase est en progression arithmétique, d'où son expression :

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_0 + \delta_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \delta} + \delta_0 e^{j\frac{4\pi}{\lambda} \delta} + \dots + \delta_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (N-1) \delta} \\ &= \delta_0 \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \delta} + (e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \delta})^2 + \dots + (e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \delta})^{(N-1)} \right) \\ &= \delta_0 \left[\frac{1 - e^{j\frac{2\pi}{\lambda} N \delta}}{1 - e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \delta}} \right] = \frac{\delta_0}{e^{-j\frac{\pi}{\lambda} \delta}} \left[\frac{e^{+j\frac{\pi}{\lambda} N \delta} - e^{-j\frac{\pi}{\lambda} N \delta}}{e^{j\frac{\pi}{\lambda} \delta} - e^{-j\frac{\pi}{\lambda} \delta}} \right] \\ \delta &= \frac{\delta_0}{e^{-j\frac{\pi}{\lambda} (N-1) \delta}} \frac{\sin(\pi N \delta / \lambda)}{\sin(\pi \delta / \lambda)} \end{aligned}$$

$$I = K \langle I^2 \rangle = K \times \frac{1}{2} \delta^2 \times \frac{1}{\delta^2} = \frac{K}{I_0} \frac{\delta_0^2}{2} \frac{\sin^2(\pi N \delta / \lambda)}{\sin^2(\pi \delta / \lambda)}$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2(\pi N \delta / \lambda)}{\sin^2(\pi \delta / \lambda)}$$

On observe des maxima d'intensité pour les annulations du dénominateur

$$\begin{aligned} \sin^2(\pi \delta / \lambda) &= 0 \\ \Rightarrow \pi \delta / \lambda &= n \pi \end{aligned}$$

$$\delta = n \lambda$$

Rq : même condition que pour 2 ondes car si 2 rayons successifs sont en phase, alors il sont tous en phase !

$$\delta = d(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = n \lambda$$

$$\Rightarrow \sin \theta_1 - \sin \theta_2 = \frac{n \lambda}{d}$$

⑤ Les pics d'intensité sont de plus en plus fins lorsque N augmente.

$$\textcircled{6} \quad n = 500 \text{ tr/mm} \Rightarrow d = \frac{1}{n} = 2 \mu\text{m}$$

$$\textcircled{6a} \quad \sin \theta_1 - \sin \theta_2 = \frac{n \lambda}{d}$$

Incidence normale $\rightarrow \theta_0 = 0 \Rightarrow \sin \theta_0 = 0$

Premier ordre $\rightarrow n = 1$

$$\hookrightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right)$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0,2992 \text{ rad.} \\ \theta_2 &= 0,2989 \text{ rad.} \end{aligned} \quad \text{très proche.}$$

$$\textcircled{6b} \quad \Delta \varphi' \Delta \varphi = \frac{2\pi}{N} \quad (\text{annulation du numérateur de } I)$$

$$\Delta \varphi' = \frac{2\pi}{\lambda_1} d(\sin \theta_2' - \sin \theta_1) \quad (1) \quad \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_2} d(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \quad (2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} d(\sin \theta_2' - \sin \theta_1) \cdot \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{2\pi}{N} \quad (1) \cdot (2)$$

$$\sin \theta_2' - \sin \theta_1 = \frac{\lambda_2}{Nd}$$

$$\sin \theta_2' = \frac{\lambda_2}{Nd} + \frac{\sin \theta_1}{\frac{\lambda_2}{d}} = \frac{\lambda_2}{Nd} \left(\frac{1}{Nd} + \frac{1}{d} \right) = \frac{\lambda_2 (N+1)}{Nd}$$

$$\theta_2' = \arcsin\left(\frac{\lambda_2 (N+1)}{Nd}\right)$$

AN $\theta_2' = 0,3032 > \theta_1$ donc doublet non résolu !

3 Irisation des disques (**)

• ★ La présence de reflets colorés s'explique par le phénomène de diffraction de la lumière incidente sur le réseau périodique produit par les sillons du disque.

★ En éclairage en incidence normale, la formule reliant angle θ de diffraction, pas a du réseau, et longueur d'onde λ de l'éclairage est : $\sin \theta = p\lambda/a$, où $p \in \mathbb{Z}$ est l'ordre d'interférence.

★ Comme $\sin \theta \in [-1, 1]$, p ne peut pas prendre une infinité de valeurs : $|p| \leq a/\lambda$.

- Application aux trois disques, avec par exemple un choix de longueur d'onde dans le visible : $\lambda = 500 \text{ nm}$.
 - ★ Cas du CD avec $a = 1,6 \mu\text{m}$. Alors $|p| \leq 1,6/0,5 = 3,2$. Donc en incidence normale, on observe 7 ordres pour p entre -3 et $+3$. Comme θ dépend de λ pour $p \neq 0$, il y a de nombreux reflets colorés si on éclaire en lumière blanche.
 - ★ Cas du DVD avec $a = 0,74 \mu\text{m}$. Alors $|p| \leq 0,74/0,5 = 1,48$. Donc en éclairage en incidence normale, on observe 3 ordres pour p entre -1 et $+1$. C'est pourquoi les reflets colorés sont moins nombreux que pour le CD.
 - ★ Cas du Blu-Ray avec $a = 0,30 \mu\text{m}$. Alors $|p| \leq 0,3/0,5 = 0,6$. Donc en éclairage en incidence normale, on n'observe que la réflexion directe ($p = 0$) à angle nul pour toutes les couleurs, donc blanche si on éclaire en lumière blanche. On n'observe aucun reflet coloré! *Pour information, il est possible d'obtenir un rayon diffracté par un Blu-Ray en incidence quasi rasante à basse longueur d'onde.*

4 Détermination des ordres observables (*)

```

1 # balayer les p >= 0
2 while out < 1: # il existe solution réelle theta si le sinus < 1
3     ordres.append([p, asin(out)])
4     p += 1
5     out = sintheta(p, lambda_raie, a, theta0)
6
7 # balayer les p < 0
8 p = -1
9 out = sintheta(p, lambda_raie, a, theta0)
10 while out > -1: # il existe solution réelle theta si le sinus > -1
11     ordres.append([p, asin(out)])
12     p -= 1
13     out = sintheta(p, lambda_raie, a, theta0)

```

5 Réseau en échelettes (***)

1. C'est deux fois moins encombrant.
2. Soient deux points O_n et O_{n+1} . Tracer les surfaces d'onde passant par O_n avant réflexion, et par O_{n+1} après. Appliquer la loi de Malus pour obtenir $\delta = b(\sin(i_0) + \sin(i))$ (attention au signe de i).
3. Pour $\delta = p\lambda$ avec $p \in \mathbb{Z}$, on obtient $\sin(i_0) + \sin(i) = p\lambda/b$. Remarquer le signe différent d'un réseau en transmission.
4. On obtient $i_{\max} = -i_0 + 2\gamma$.
5. Dans ce cas, $i_{\max} = 0$. La formule des réseaux avec $p = 5$ donne $\sin(2\gamma) = 5\lambda/b$. Donc $\gamma = \frac{1}{2} \arcsin(5\lambda/b)$.
AN $\gamma = 0,14 \text{ rad} = 8,0^\circ$.
6. Pour un réseau en transmission, l'ordre 0 correspond toujours au maximum d'intensité. C'est du gâchis car les différentes couleurs ne sont pas séparées dans l'ordre 0. Un réseau en réflexion peut être construit pour que le maximum d'intensité corresponde à un ordre non nul, ce qui permet de séparer les composantes du spectre.

6 Minimum de déviation (**)

1. $D = \theta_p - \theta_0$.
2. Différentiation formule des réseaux : $(d\theta_p/d\theta_0) \cdot \cos(\theta_p) - \cos(\theta_0) = 0$.
Donc $dD/d\theta_0 = (d\theta_p/d\theta_0) - 1 = (\cos \theta_0 / \cos \theta_p) - 1$.
3. $dD/d\theta_0$ s'annule pour $\cos \theta_p = \cos \theta_0$. Donc $\theta_p = \pm \theta_0$. Le cas $\theta_p = \theta_0$ correspond à l'ordre 0 donc pour un ordre $p \neq 0$: $\theta_p = -\theta_0$.
4. En regroupant les sinus de la formule des réseaux : $2 \sin\left(\frac{\theta_p - \theta_0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta_p + \theta_0}{2}\right) = p \frac{\lambda}{a}$, avec $\theta_p - \theta_0 = D$.
Au minimum de déviation, $D = D_m$ et $\theta_0 = -\theta_p$ donc $2 \sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = p \frac{\lambda}{a}$