

Résonance en amplitude du verre - CentraleSupélec 2018 TSI PhyChi1

Q20. Les fréquences produites en chantant sont principalement dans l'intervalle [100 Hz, 1000 Hz]. Ainsi, la fréquence de résonance du verre est de l'ordre de $f_0 \simeq 500 \text{ Hz}$.

Q21.

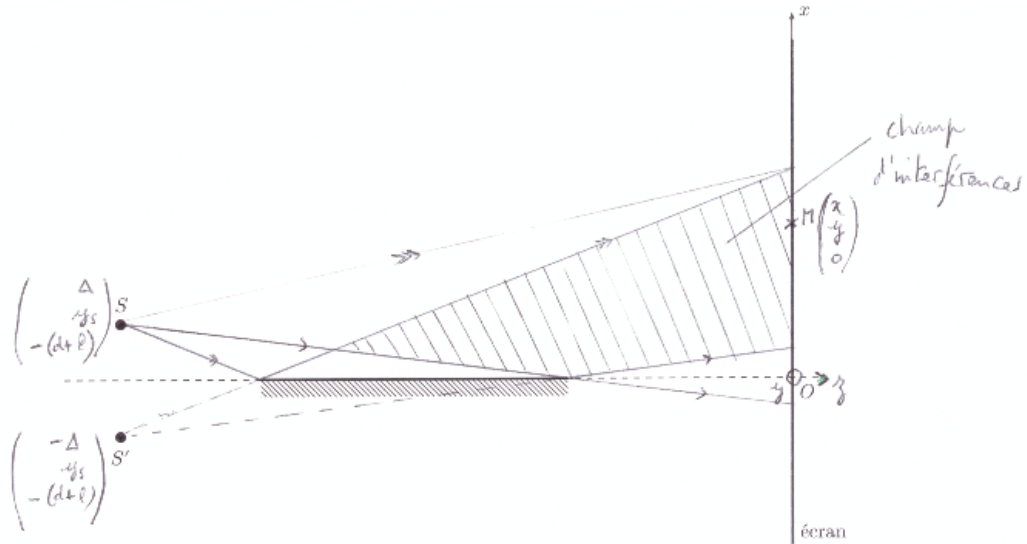


Figure A

Q22. Remarque : on prendra l'indice de l'air égal à 1 (non précisé dans l'énoncé)

$$\delta(M) = (SM)_{\text{réfléchi}} - (SM)_{\text{direct}}$$

$$\delta(M) = (S'M) + \frac{\lambda}{2} - (SM) = \sqrt{(x + \Delta)^2 + (y - y_S)^2 + (d + l)^2} - \sqrt{(x - \Delta)^2 + (y - y_S)^2 + (d + l)^2} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta(M) = (d + l) \left(\sqrt{1 + \frac{(x + \Delta)^2 + (y - y_S)^2}{(d + l)^2}} - \sqrt{1 + \frac{(x - \Delta)^2 + (y - y_S)^2}{(d + l)^2}} \right) + \frac{\lambda}{2}$$

Comme $(d+l) \gg \begin{cases} x \\ \Delta \\ y \\ y_S \end{cases}$, on peut effectuer un développement limité et il vient :

$$\delta(M) \approx (d+l) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{(x+\Delta)^2 + (y-y_S)^2}{(d+l)^2} - 1 - \frac{1}{2} \frac{(x-\Delta)^2 + (y-y_S)^2}{(d+l)^2} \right) + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta(M) \approx \frac{2\Delta \cdot x}{d+l} + \frac{\lambda}{2}$$

Q23. On écrit alors la formule de Fresnel : $I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{2\Delta \cdot x}{d+l} + \pi \right) \right)$.

Les franges sont brillantes si $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{2\Delta \cdot x_k}{d+l} + \pi = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, soit pour $x_k = \frac{\lambda(d+l)}{2\Delta} \left(k - \frac{1}{2} \right)$. On en déduit alors $i = x_{k+1} - x_k$ soit $i = \frac{\lambda(d+l)}{2\Delta}$ CQFD.

Q24. Lorsque le verre vibre, on a alors $\Delta(t) = \Delta - x_m(t)$ et par conséquent $i(t) = \frac{\lambda(l+d)}{2(\Delta - X \cos(\omega t + \varphi))}$.

Q25. De l'expression précédente, on déduit : $i_{min} = \frac{\lambda(l+d)}{2(\Delta+X)}$ et $i_{max} = \frac{\lambda(l+d)}{2(\Delta-X)}$.

Finalement, on trouve : $X = \frac{\lambda(d+l)}{4} \left(\frac{1}{i_{min}} - \frac{1}{i_{max}} \right)$.

Q26. La fréquence de vibration du verre étant de 550 Hz, il n'est pas envisageable de suivre l'évolution du phénomène à l'oeil nu (la persistance rétinienne est de l'ordre de 1/20 e de seconde...).

Q27. La figure paraîtra immobile par observation stroboscopique si la fréquence du stroboscope est exactement égale à celle de la vibration du verre, ou s'il s'agit d'un sous-multiple : $f_i = \frac{\omega}{2\pi n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

Q28. Lorsque l'immobilité apparente est réalisée, cela revient à observer l'interfrange en enlevant le terme dépendant du temps soit $i(t) = \frac{\lambda(l+d)}{2(\Delta - X \cos(\varphi))}$. Pour mesurer i_{max} et i_{min} , il faut alors être capable de régler φ indépendamment de la pulsation retenue pour l'expérience.

Q29. On utilise l'image 2 pour obtenir i_{min} . On mesure 3,80 cm pour 7 interfranges, ce qui – compte tenu de l'échelle fournie – correspond à un interfrange minimum de $i_{min} \approx 12,9 \mu\text{m}$. De même avec l'image 6 où l'on mesure 3,80 cm pour 3 interfranges, d'où $i_{max} \approx 30,2 \mu\text{m}$. On en déduit alors l'amplitude des vibrations du verre : $X = 3,5 \text{ mm}$.

Q30. La fréquence de résonance correspond au maximum lu sur la figure soit $f_r \approx 539,6 \text{ Hz}$. On retrouve bien – avec une plus grande précision – la valeur précédemment établie. Pour déterminer Q , on lit les fréquences de coupure sur le diagramme (à une amplitude relative de $1/\sqrt{2} \approx 0,707$) et on trouve $f_1 \approx 539,5 \text{ Hz}$ et $f_2 \approx 539,7 \text{ Hz}$. On détermine alors $Q = 2698$. Ces valeurs correspondent à celles établies précédemment, l'écart n'étant que de 8% pour Q et de moins de 1% pour f_r , ce qui est correct compte-tenu de la qualité de la première estimation.

Q31. Ce générateur couvre la bonne gamme de fréquence et peut donc mettre le verre en résonance. Le problème vient de la précision de la fréquence qui, à 539,6 Hz, donnera une imprécision de 2,7 Hz, beaucoup trop importante pour tracer le graphe de la figure 11. Il faudra donc un autre générateur.