

## Colle PCE

### Colle 1.

#### Question de cours

- Présentation de l'effet de peau dans un conducteur ohmique métallique.
- A 500 m d'un laser He-Ne ( $\lambda = 632 \text{ nm}$ ), le faisceau émis donne une tâche de 10 cm. Quelles autres caractéristiques du faisceau peut-on en déduire ?

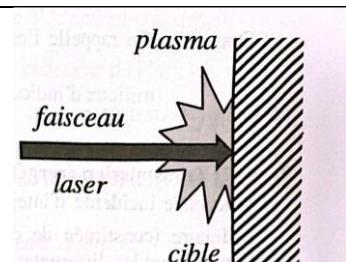
Des observations ont montré que la densité volumique maximale d'électrons  $n$  dans le plasma l'on peut obtenir avec un laser de longueur

d'onde  $\lambda_0$  est proportionnelle à  $\frac{1}{\lambda_0^2}$ . Expliquer et interpréter.

#### Exercice 1 . Fusion nucléaire par laser mégajoule.

La fusion thermonucléaire est basée sur la fusion entre un noyau de tritium  $H_1^3$  et de deutérium  $H_1^2$ . Ce type de réaction a lieu au cœur des étoiles et on cherche à en maîtriser le principe dans le projet ITER. Les 2 noyaux chargés positivement s'repoussent. Pour fusionner ils doivent être confinés dans un plasma à très haute température (150 millions de degrés pour ITER).

La réalisation de cette fusion nécessite l'obtention d'un milieu à la fois très chaud et très dense. Dans ce but un faisceau LASE de haute puissance est envoyé sur une cible, la température s'élève et la cible se transforme en plasma situé en amont de la cible.



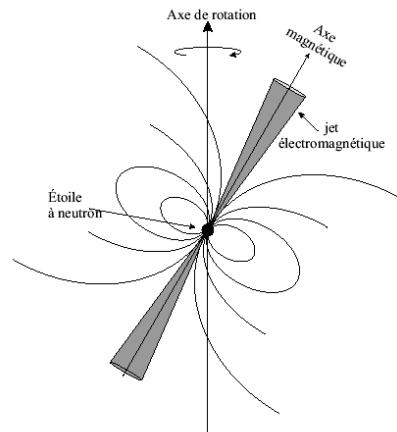
## Colle 2.

### Qdc :

- Etablir la condition d'oscillation dans une cavité optique de longueur l et rempli d'un milieu d'indice n , condition qui sélectionne les modes de la cavité.
- On envisage un laser He-Ne ( $\lambda = 632 \text{ nm}$ ,  $\Delta\nu = 10^{10} \text{ Hz}$ ),  $l = 20 \text{ cm}$  et n proche de 1. Le laser peut-il être monomode ?

### Exercice. Mesure de la distance d'un pulsar

Après avoir consommé tout leur carburant nucléaire, la plupart des étoiles massives s'effondrent et forment une structure très compacte composée de neutrons (étoiles à neutrons). La conservation du moment cinétique impose une rotation très rapide à ce type d'étoile, de l'ordre d'un tour par seconde. La structure dipolaire du champ magnétique intense régnant autour des étoiles à neutrons, permet l'émission d'ondes électromagnétiques par les régions polaires du champ magnétique. Si l'axe de rotation de l'étoile et l'axe de symétrie du champ magnétique ne sont pas alignés, on peut observer depuis la Terre un pulsar (voir figure ci-dessous).



1. Pourquoi l'onde émise est-elle reçue sur Terre sous la forme d'un signal impulsionnel périodique ? Quelle est la fréquence de ces impulsions ?

L'onde se propage dans le milieu interstellaire que l'on assimile à un plasma homogène globalement neutre et constitué de  $N$  électrons par  $m^3$  et  $N$  ions par  $m^3$  libres de se déplacer. On lui associe un champ électrique dont la représentation complexe est  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$  où  $\vec{E}_0$  est un vecteur constant.

2. Ecrire l'équation vérifiée par la vitesse  $\vec{v}_e$  d'un électron du plasma interstellaire. Dans quelle condition la force magnétique est-elle négligeable ?
3. Etablir la relation de dispersion de l'onde dans le plasma. On fera intervenir la pulsation  $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{me_0}}$ .

On se place dans le cas où  $\omega \gg \omega_p$ .

4. Donner alors une expression approchée de la vitesse de groupe  $v_g$ .

Une partie du signal émis par le pulsar se décompose en la superposition de deux paquets d'onde centrés sur les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  ( $f_1 < f_2$ ). On considère que les ondes sont émises au même instant dans la direction de la Terre pendant un intervalle de temps très bref. La distance entre la Terre et le pulsar est notée  $d$ .

5. Expliquer pourquoi ces ondes sont reçues avec un décalage temporel  $\delta t$  et exprimer alors  $d$  en fonction de  $\delta t$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $\omega_p$  et c.
6. La densité moyenne d'électrons dans le plasma interstellaire est  $N = 1,0 \cdot 10^4 \text{ m}^{-3}$ . Dans le cas particulier du pulsar PSR0950+08, on observe un décalage  $\delta t = 0,050 \text{ s}$  entre des signaux centrés sur des fréquences  $f_1 = 234 \text{ MHz}$  et  $f_2 = 405 \text{ MHz}$ . Calculer la distance en  $d$  en années-lumière et vérifier que les hypothèses de travail sont compatibles avec les valeurs numériques fournies.

### Colle 3.

#### Question de cours :

- Présentation du faisceau laser gaussien.
- On envisage de focaliser un laser He-Ne ( $\lambda = 632$  nm,  $w_0 = 0,5$  mm) par un lentille CV de focale  $f = 0,5$  mm, préciser les caractéristiques du faisceau émergent.

On note  $\vec{\Pi}(z, t)$  le vecteur de Poynting associé à cette onde et  $\langle \vec{\Pi}(z, t) \rangle$  sa moyenne temporelle.

Evaluer le rapport  $\frac{\|\langle \vec{\Pi}(z+L, t) \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}(z, t) \rangle\|}$  pour  $L = 10$  m. Commenter.

#### Exercice. Communication sous-marine.

Données relatives à l'eau de mer :

- permittivité de l'eau de mer :
- $\epsilon = 6,6 \cdot 10^{-10} \text{ F.m}^{-1}$
- conductivité électrique :  $\gamma = 5,0 \text{ S.m}^{-1}$ .
- Permeabilité magnétique identique à celle du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ .

On envisage la communication d'un bateau avec un sous-marin via des ondes électromagnétiques de fréquence moyenne  $\nu = 1,0 \text{ MHz}$ . L'eau de mer est milieu conducteur de conductivité  $\gamma$  et on tient compte de la polarisabilité des molécules d'eau en introduisant une permittivité électrique  $\epsilon$  à la place de la permittivité électrique du vide dans les équations de Maxwell. La mer occupe le demi-espace  $z > 0$ , l'axe ( $Oz$ ) étant dirigé vers le bas.

1. Etablir l'équation vérifiée par la densité volumique de charge  $\rho$  dans l'eau de mer. Que peut-on dire dans le cas des ondes envisagées ?
2. Ecrire l'équation de Maxwell-Ampère et déterminer à partir de quelle fréquence le terme de courant de déplacement devient plus grand que le terme de courant de conduction.

On envisage des ondes émises par le bateau telles que  $\vec{E}(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x$  où  $k$  peut être complexe.

3. Etablir la relation de dispersion et donner  $k$  en fonction de  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ .

**Question de cours.**

Retrouver l'expression de coefficient de réflexion en puissance entre 2 milieux diélectriques d'indice  $n_1$  et  $n_2$  séparés par une interface plane.

**Réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal. Bilan énergétique (\*\*).**

NB : les relations de passage données dans le cours sont supposées admises.

Un conducteur ohmique métallique de conductivité  $\gamma$  occupe le demi-espace  $x > 0$ , le demi-espace  $x < 0$  étant vide. Une onde incidente de la forme :

$$\underline{E}_i = E_0 \exp\left(i\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)\right) \underline{u}_z$$

se propage dans le vide.

Elle donne naissance à une onde transmise de la forme :

$$\underline{E}_{tr} = tE_0 \exp\left(i\left(\omega t - kx\right)\right) \underline{u}_z$$

avec  $k = (1-i)/\delta$  avec  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$

et à une onde réfléchie de la forme  $\underline{E}_r = rE_0 \exp\left(i\left(\omega t + \frac{\omega x}{c}\right)\right) \underline{u}_z$ .

2. Le milieu n'étant pas un conducteur parfait, on suppose l'absence de courants surfaciques. Etablir l'expression de  $t$  en fonction des données. On introduira  $\alpha = \omega \delta / c$ .
3. On suppose que  $\alpha \ll 1$  (à quelle condition ceci est-il possible ?), donner alors une expression simplifiée de  $t$  à l'ordre le plus petit possible en  $\alpha$ .

*En réalité le conducteur n'est pas infini et possède une surface  $s$  dans le plan  $z=0$ .*

4. Calculer la moyenne temporelle de la puissance surfacique en  $x=0^+$ .
5. Calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans tout un élément de volume  $Sdx$  du conducteur.

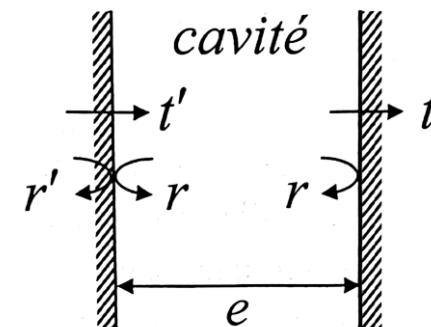
En déduire la puissance totale moyenne dissipée par effet Joule dans le conducteur. Commenter

1. Déterminer les champs magnétiques correspondants.

### Modes d'une cavité optique.

Un interféromètre de Fabry-Perrot est constitué de deux miroirs plans, identiques, parallèles, distants de  $e$ . Cette cavité est remplie d'air ( $n=1$ ).

On admet que les coefficients de réflexion et transmission du champ électrique sont réels. On note  $r$  et  $t$  ceux l'interface air/miroir et  $r'$  et  $t'$  ceux l'interface miroir/air avec  $R=R'$  et  $T=T'=tt'$  et  $T=1-R$ . On travaille avec des miroirs dont  $R$  est proche de 1.



### Aspects énergétiques d'une onde EM dans un plasma pour $\omega < \omega_p$ (\*\*).

On considère un plasma occupant le demi-espace  $x>0$ . On envoie une onde de pulsation  $\omega < \omega_p$  depuis le demi-espace  $x < 0$  dans le plasma. On suppose que l'onde est une OPM polarisée rectilignement suivant ( $Oy$ ). On rappelle

que la relation de dispersion dans le plasma est  $k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ .

1. Donner l'expression complexe du champ électrique dans le plasma. En déduire celle du champ magnétique.
2. Calculer l'énergie volumique électromagnétique moyennée dans le temps. Commenter sa variation avec  $x$ . De l'énergie est-elle cédée aux charges en moyenne.
3. Evaluer le vecteur de Poynting moyen. Commenter.

### **Sondage ionosphérique.**

Au sol un émetteur envoie verticalement une onde hertzienne de fréquence réglable. En dessous de 3 MHz, un récepteur situé au sol reçoit un signal 0.6 ms après l'émission. Expliquer et en déduire les valeurs numériques de 3 grandeurs physiques relatives à l'ionosphère.

1. Que vaut l'amplitude du champ après de deux réflexions internes ? Même question s au bout de deux transmissions « inverses » ?
2. On envoie une onde EM monochromatique dans la cavité. On note  $A_0$  l'amplitude de l'onde arrivant de l'extérieur par la gauche sous incidence nulle et  $I_0$  l'intensité correspondante. Etablir que l'expression de l'intensité transmise est  $I(\varphi) = \frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$  où  $m$  et  $\varphi$  sont à exprimer en fonction des données.
3. On considère le cas où  $R=0,99$ . Donner les caractéristiques essentielles de  $I(\varphi)$ .
4. Quelles sont les différences et les similitudes avec une cavité LASER ?

### **Détection d'une OPPM.**

*Une OPPM de fréquence 30 MHz se propage dans le vide, et son champ électrique a pour valeur maximale  $100 \text{ mV.m}^{-1}$ . On cherche à la détecter avec un cadre métallique de surface  $1,0 \text{ m}^2$ , comportant 10 spires.*

- 1.** Expliquer dans quelles conditions le cadre permet effectivement une détection. Que faut-il mesurer ?

*On suppose que l'onde se propage le long de l'axe ( $Ox$ ) et est polarisée rectilignement suivant ( $Oy$ ). La normale du plan du cadre fait un angle de  $60^\circ$  avec la direction de propagation.*

- 2.** Après un calcul littéral, vérifier numériquement si la détection est possible.