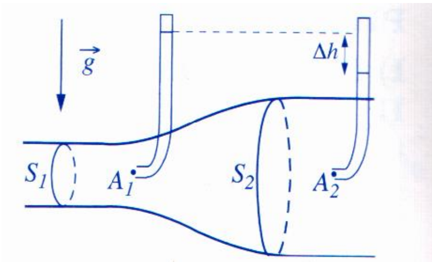
PC*

Colle 1

Exercice 1. Mesure d'un débit volumique .

On considère un fluide parfait homogène de masse volumique μ, en écoulement stationnaire dans la tuyère ci-dessous.

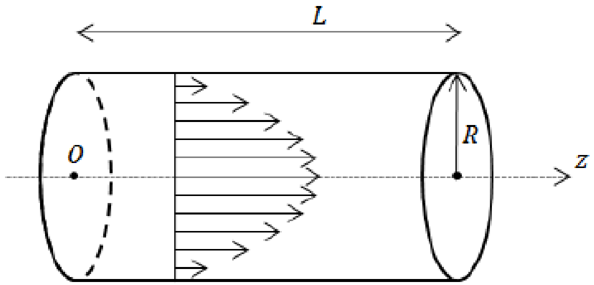


Exprimer le débit volumique D_v en fonction de Δh, S_1, S_2 et g. On précisera clairement les hypothèses utilisées.

Exercice 2. Ecoulement dans une artère.

L'écoulement du sang dans une artère est supposé incompressible, laminaire et en régime permanent. L'artère est cylindrique d'axe horizontal (Oz) de longueur L et de rayon R.

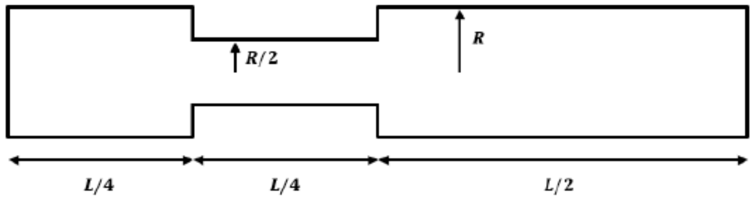
Données :
• masse volumique du sang : ρ=1.10³ $kg{\cdot}m^{-3}$
• viscosité dynamique du sang : η=6.10⁻³ Pl



Le champ de vitesse peut se mettre sous la forme $\vec{v}(M) = v(r)\vec{e_z}$. On note ΔP la différence de pression entre l'entrée et la sortie de l'artère.

1. Faire un bilan de quantité de mouvement sur un cylindre de fluide de rayon r et de longueur L Etablir alors v(r) en fonction des données et tracer le profil de l'écoulement.
2. En déduire le débit volumique D_V .

Une personne qui souffre d'un problème de santé a une artère partiellement rétrécie comme indiqué sur le schéma.



3. L'artère de la personne malade doit avoir le même débit qu'une artère saine. Comparer les surpressions ΔP nécessaires dans les deux cas. Commenter.

Colle 2

Exercice 1. Puissance d'un cycliste.

Dans un article de la Recherche sur la bicyclette, l'auteur indique que la puissance nécessaire à un cycliste pour contrer la résistance de l'air est proportionnelle au cube de sa vitesse et qu'elle dépasse la puissance du poids lorsqu'il gravit une pente à 2,5% dès que sa vitesse dépasse v_C = 36 km.h^{-1}.

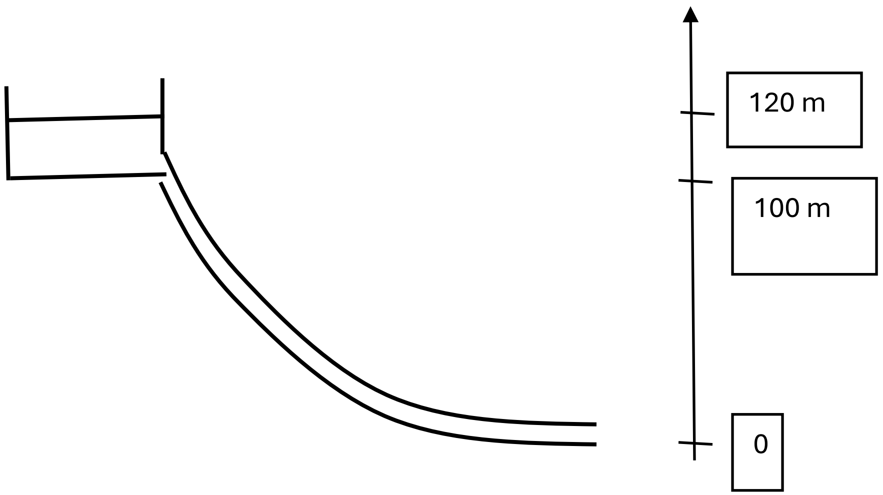
Vérifier ces affirmations en adoptant une forme convenable pour la traînée.

Données numériques :

- *Viscosité de l'air η = 1,8.10^{-5} Pl*
- *Masse volumique de l'air μ = 1,3 kg.m^{-3}*
- *Masse totale du cycliste M = 100 kg*

Exercice 2. Vidange d'un réservoir. (Oral 2023)

Un large réservoir contient de l'eau dont la surface libre est au contact avec l'air. Près de son fond,
il est relié à une conduite de diamètre D qui amène l'eau à l'altitude 0 ; en ce point la conduite est au contact de l'air. On néglige la viscosité de l'eau. Le réservoir est suffisamment grand pour négliger les variations de la hauteur de l'eau dedans.



1. En régime stationnaire détermine P(z) dans le tuyau.
2. A la température de l'expérience la pression saturante de l'eau est de 2kPa. Peut-il y avoir formation de bulles (phénomène de cavitation) ?

L'embout du tuyau en z=0 présente un rétrécissement (voir photo ci-contre).	

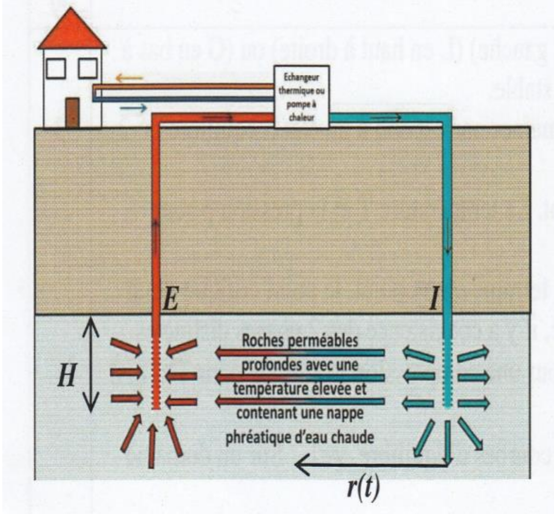
3. Déterminer P(z) . Y-a-t-il encore risque de cavitation pour la buse considérée ?
4. Quelle critique peut-on apporter au modèle ? Quelle(s) piste(s) d'amélioration peut-on proposer ? Comment modifier l'embout dans ces autres approches ?

Colle 3

Exercice 1. **<u>Géothermie.</u>**

Au-delà de quelques centaines de mètres de profondeur, les roches poreuses de la Terre contienne de l'eau chaude à environ T_0 = 70 °C. La porosité des roches est p = 0,15 (ce qui signifie qu'il y a 15 m^3 d'eau pour 100 m^3 de roches).

L'épaisseur H de la couche de roche poreuse est supposée constante : H =100 .

A partir de t=0, l'eau chaude est pompée à la température T_0 en E puis asse dans un échangeur pour être rejetée en I à la température T_1= 10 °C. Le débit volumique est D_v = 100 m^3/h. L'écoulement de l'eau rejetée dans les roches poreuses (appelée eau froide dans la suite) est à symétrie cylindrique. On note R(t) la distance parcourue par l'eau froide par rapport au puits de réinjection.	

L'eau est un fluide incompressible de masse volumique μ= $10^3 kg.m^{-3}$ et de capacité thermique massique c= $4,2.10^3$ $J.K^{-1}.kg^{-1}$.

1. En exploitant le caractère stationnaire de l'écoulement obtenir l'équation différentielle vérifiée par R(t).
2. En déduire l'expression de R(t).
3. Au bout de combien de temps le front froid atteint-il le puits d'extraction E situé à d= 10 km du puits de réinjection ? Commenter.
4. Déterminer l'énergie récupérable par unité de volume d'eau injectée.

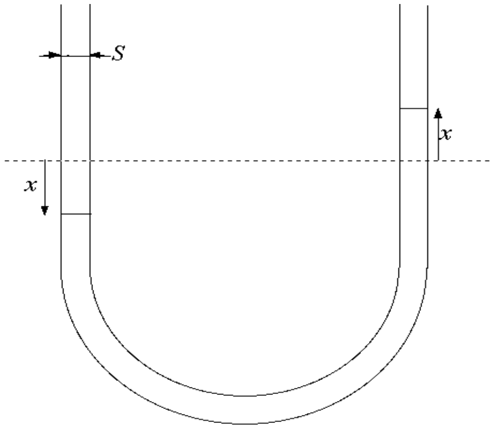
<u>Exercice 2.</u> <u>Oscillations d'un liquide dans un tube en U.</u>

Dans un tube en U de section constante S, on verse un volume V = S L de liquide incompressible (L est donc la longueur de la partie du tube contenant le liquide).

Au repos, théorie des vases communicants oblige, le liquide est au même niveau dans les deux branches ; ce niveau sera pris comme origine des altitudes.

On provoque des oscillations de sorte que le niveau s'élève algébriquement de x(t) dans la branche droite et donc s'abaisse de la même quantité dans la branche gauche. On néglige les phénomènes dissipatifs, c'est à dire la viscosité. On note μ la masse volumique du liquide.

On prendra L = 80cm , μ= $1,0.10^3$ $kg.m^{-3}$, g = 9,8 $m.s^{-2}$



1. En utilisant le caractère incompressible du fluide, exprimer son énergie cinétique totale à un instant t en fonction de μ, L,S et $\dfrac{dx}{dt}$.

2. On considère que l'énergie potentielle de pesanteur du liquide est nulle à l'équilibre. Que vaut-elle alors que le liquide est à la hauteur x(t) au dessus de la hauteur d'équilibre ?

3. Donner alors l'énergie mécanique totale du fluide et en déduire l'équation différentielle d'évolution de x en fonction du temps.

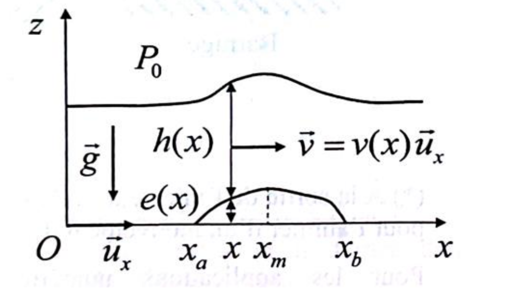
4. Déterminer la période d'oscillation T_0 du fluide dans le tube. Faire l'application numérique.

5. Le théorème du centre de masse permet-il d'obtenir le même résultat ? Une réponse argumentée est attendue.

6. Retrouver l'équation différentielle de la question **3** en utilisant l'équation d'Euler.

Ecoulement de l'eau d'un canal au-dessus d'un obstacle.

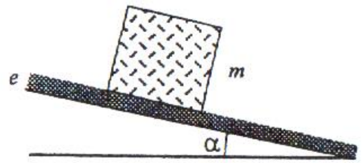
L'eau d'u canal est en écoulement permanent dans le plan vertical (Oxz). Le canal est rectiligne suivant (Ox), de fond horizontal z= 0 et de section droite rectangulaire de largeur L suivant (Oy). Le fond du canal présente une bosse modélisée par sa hauteur e(x) , de valeur maximale e_m.
On note h(x) la hauteur d'eau au-dessus de la bosse. L'écoulement de l'eau est supposé parfait.



1. Discuter le modèle de champ de vitesse.
2. Exprimer le débit volumique D_v puis établir l'équation
$$\frac{1}{v}\frac{dv}{dx}\left(v^2 - gh\right) + g\frac{de}{dx} = 0 .$$
3. L'écoulement est dit en régime fluvial si $v < \sqrt{gh}$ et en régime torrentiel sinon. Quelle est qualitativement la forme de la surface de l'eau au-dessus de la bosse selon le type de régime ? Faire un schéma dans les deux cas.

Glissement d'un bloc sur un plan incliné.

Un bloc cubique de masse m = 1,0 kg glisse sur un plan incliné d'un angle α = 10 ° par rapport au plan horizontal. Ce plan est recouvert d'un mince film d'huile d'épaisseur e= 5,0 μm. On suppose que le profil de vitesse du film fluide entre le bloc et le plan suit une loi affine dans la direction orthogonale au mouvement.
La surface de contact est S = 20 cm^2 et la viscosité de l'huile est η = 8,0 .10^{-2}Pl.
On prendra g = 9,8m.s^{-2}.



1. Justifier l'hypothèse sur le champ de vitesse sur la base d'hypothèses simples.
2. Déterminer la vitesse limite du bloc.

Viscosimètre de Couette

Remarque typographique : les vecteurs sont notés en gras.

*On envisage le dispositif suivant : un fluide de viscosité η, de masse volumique μ et de viscosité cinématique ν est confiné entre 2 cylindres coaxiaux (1) et (2) de longueur L et de rayons respectifs R_1 et R_2 ($R_2 > R_1$). Le cylindre (1) est suspendu à un fil de torsion qui exerce sur lui un couple de rappel de moment –Cα **u_z** lorsqu'il tourne d'un angle α autour de son axe (Oz).*

On impose au cylindre (2) une rotation autour de (Oz) à une vitesse angulaire ω. En régime stationnaire le cylindre (1) s'immobilise en tournant d'un angle α_{eq} par rapport à s position initiale. On néglige les effets de bords qui se produisent au fond des cylindres en z=0 et z= L (on n'écrira donc pas de conditions aux limites sur ces surfaces).

1. Quelle forme de champ de vitesse proposez-vous ?

*On donne l'expression de la force surfacique exercée sur un élément **dS** = dS $\mathbf{u_r}$ par le fluide situé au-delà de r sur le fluide situé en de ça de r :*

$$\overrightarrow{f_s} = \eta \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\theta}{r}\right)\overrightarrow{u_\theta}$$

2. Calculer le moment total Γ des forces exercées sur le fluide compris dans le cylindre de rayon r par le fluide situé au-delà de r.
3. Montrer que ce moment ne dépend pas de r.
4. En déduire le champ de vitesse et Γ.
5. Montrer que la mesure de α_{eq} permet de remonter à une caractéristique physique importante du fluide.

Oscillations d'une plaque dans un fluide visqueux.

Une plaque de cote z=0 est en mouvement selon Ox avec une vitesse d'entrainement $\overrightarrow{\mathrm{Ve}} = U_m\cos(\omega t)\overrightarrow{e_x}$. Au-dessus et à son contact se trouve un fluide incompressible et visqueux. On cherche un champ de vitesse de la forme $\vec{v} = v(z,t)\vec{e}x$ La viscosité cinématique est ν= 10^{-6} m²/s.

1. Montrer que l'on a $\frac{\partial v}{\partial t} = \nu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$.
2. En déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite pour une fréquence de 100 Hz.

On cherche une forme complexe en $V_0 e^{j(\omega t - kz)}$.

3. Déterminer l'expression de la vitesse
4. Exprimer la force par unité de surface sur la plaque exercée par le fluide, calculer sa puissance moyenne.

Ecoulement d'un fluide autour d'un obstacle en rotation.

On utilisera, si besoin, son formulaire d'analyse vectorielle.

On étudie l'écoulement irrotationnel, incompressible et stationnaire d'un fluide autour d'un cylindre d'axe (Oz) et de rayon R, tournant autour de (Oz) à la vitesse angulaire $\boldsymbol{\Omega} = \Omega\, \mathbf{u_z}$.

Le fluide, très loin du cylindre, a la vitesse $\mathbf{v} = V_0\, \mathbf{u_x}$ *de direction perpendiculaire à (Oz). On raisonne en coordonnées cylindriques. L'écoulement peut être considéré comme la superposition de deux écoulements :*

- *Un écoulement* E_1*, de potentiel des vitesses* $\Phi_1 = \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) r V_0 \cos\theta$ *correspondant au cas d'un cylindre fixe dans le fluide en écoulement uniforme à la vitesse* $\mathbf{V} = V_0\, \mathbf{u_x}$.
- *Un écoulement* E_2 *de potentiel des vitesses* $\Phi_2 = k\theta$, *correspondant au cas du cylindre tournant dans un fluide au repos très loin du cylindre (k constante positive).*

1. Justifier que l'on puisse raisonner par superposition sur un écoulement potentiel.
2. Préciser la dimension de k.
3. Calculer le champ des vitesses correspondant à l'écoulement décrit.
4. Vérifier que les conditions aux limites sont respectées.
5. Calculer la circulation du champ des vitesses autour du cylindre (r = R) en fonction de k.
6. Déterminer suivant les valeurs du paramètre $\alpha = \frac{k}{RV_0}$, le nombre de points de vitesse nulle et leur(s) position(s) dans un plan de section droite du cylindre. Tracer quelques lignes de courant pour différentes valeurs de α