

## ORAL BLANC PC VRAC

### EXERCICE 1

On s'intéresse à un réfrigérateur de petite dimension (1 m d'envergure environ) dont la température intérieure est  $4^{\circ}\text{C}$  fonctionnant dans une pièce dont la température est maintenue à  $19^{\circ}\text{C}$ . Il fonctionne avec un compresseur de puissance  $p = 250\text{ W}$ .

L'efficacité du réfrigérateur est 30% celle de la machine de Carnot correspondante.

1. En précisant le raisonnement, retrouver l'expression puis la valeur de l'efficacité  $e$  du réfrigérateur.

On souhaite isoler le corps du réfrigérateur en déposant une couche de polyuréthane (de conductivité thermique  $\lambda = 0,03\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ) d'épaisseur  $a$  sur chaque face.

2. En raisonnant sur un milieu unidimensionnel d'axe (Ox), de propriétés uniformes, établir l'équation différentielle vérifiée par le champ de température  $T(x,t)$ .
3. En régime stationnaire, dans un milieu d'épaisseur  $a$ , quel est le profil de température ? Ce profil dépend-il du caractère isolant ou conducteur du matériau.

On souhaite que moins de 20% de la puissance thermique prélevée au compartiment froid serve à compenser les pertes thermiques du réfrigérateur.

4. Quelle épaisseur minimale de polyuréthane doit-on utiliser ?

### EXERCICE 2

Une épreuve des jeux olympiques d'hiver est le patinage de vitesse. Les patineurs évoluent sur une piste similaire à celle que l'on trouve dans les stades pour course à pied : deux couloirs droits d'environ 100 m reliés entre eux par deux virages de rayon moyen 30m.



Photo dans un virage lors d'une course réelle



Dessin simplifié d'un patineur (on supposera qu'il ne touche pas la glace avec sa main gauche)

A partir des dimensions de la piste et des documents fournis, estimer la vitesse moyenne d'un patineur. On introduira toute notation que l'on jugera nécessaire.

### EXERCICE 3.

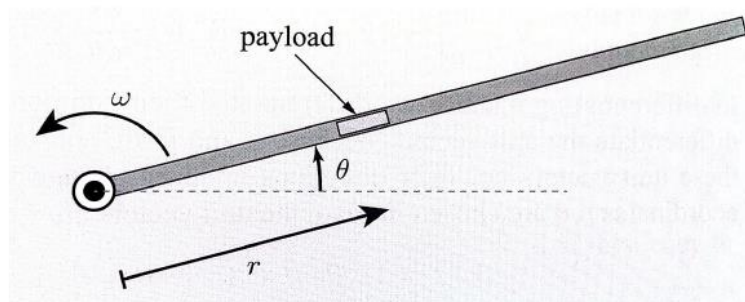
Données numériques :

- Constante de gravitation  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ si}$
- Masse de la Lune  $M_L = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
- Rayon de la Lune  $R_L = 1735 \text{ km}$

On projette d'exploiter à terme des mines sur la Lune. Afin d'expédier le minerai utile extrait, on envisage un canon tournant permettant d'éjecter les colis (désigné par « payload » sur le schéma ci-dessus) à une vitesse excédant la vitesse de libération de la Lune.

1. Rappeler la définition de la vitesse de libération d'un astre (ou deuxième vitesse cosmique). L'exprimer littéralement puis numériquement dans le cas de la Lune.

Le dispositif envisagé est un long tube métallique de rayon  $R$  tournant autour d'un axe vertical local à la vitesse angulaire constante  $\omega$ . On négligera tout frottement.



2. Le colis étant initialement positionné près de l'axe de rotation à la distance  $r_0$  et sans vitesse par rapport au tube, établir la loi horaire  $r(t)$ .
3. En déduire la longueur minimale  $R^*$  du tube permettant d'envoyer le colis vers la Terre ? Faire l'AN pour un tube faisant 1 tour par seconde.

### EXERCICE 4

Un tuyau d'orgue est fermé en  $x=0$  et ouvert à l'air libre en  $x=L$ . On note  $u$  la vitesse particulière et  $p$  la surpression et  $\mu_0$  la masse volumique au repos.

1. Montrer que  $\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial p}{\partial x}$ . On précisera toutes les hypothèses utilisées.

On cherche une solution du type  $u(x,t) = U_0 \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t)$ .

2. Commenter ce type de solution. Préciser  $\varphi$ .
3. Quelle est alors la forme de  $p(x,t)$  ?
4. Quelles sont les fréquences possibles  $v_n$  ( $n$  entier) ? Préciser  $v_0$  en fonction de  $L$  et  $c_s$  de la célérité du son dans l'air..
5. Tracer l'allure de  $p(x,t)$  pour  $v = v_0$  et pour  $v = v_1$ . Préciser clairement les points remarquables.

### EXERCICE 5. Modèle de diode à vide.

Une diode à vide consiste en une ampoule scellée, vide de gaz, contenant un filament conducteur chauffé, émetteur d'électrons (cathode), et un cylindre, coaxial au filament, collecteur d'électrons (anode). On appelle  $V_c$  et  $V_a$  les potentiels de la cathode et de l'anode et on note  $U_0 = V_c - V_a$ . On se place en régime stationnaire.

On donne par ailleurs : rayon du filament  $r_0 = 0,50$  mm, rayon de l'anode  $R = 0,50$  cm et hauteur de l'ampoule  $H = 3,0$  cm ;  $|U_0| = 1,0$  V. L'intensité du courant est  $I = 1,0$   $\mu$ A. La cathode est chauffée à la température  $T = 1100$  K.

Données numériques : masse d'un électron :  $m = 9,0 \cdot 10^{-31}$  kg ; charge élémentaire  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ; constante de Boltzmann :  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J.K<sup>-1</sup>.

1. Quel doit être le signe de  $U_0$  pour qu'un courant passe d'une électrode à l'autre ? Quel est le sens du courant ?
2. En admettant une symétrie cylindrique (terme que l'on définira) pour la distribution de courant, obtenir une expression de la densité volumique de courant en fonction de  $r$  (distance à l'axe du filament). Quelle est sa valeur maximale ? Commenter.

Hypothèse 1 : on néglige la densité volumique de charge dans l'espace inter-armature.

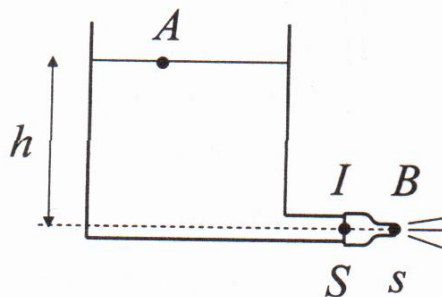
Hypothèse 2 : on néglige par ailleurs l'énergie cinétique initiale des électrons lorsqu'ils quittent la cathode.

3. Déterminer le potentiel  $V(r)$  dans l'espace inter-armature en fonction de  $r$ ,  $V_c$ ,  $U_0$ ,  $R$  et  $r_0$ .
4. En déduire la vitesse  $v(r)$  d'un électron en  $r$ .
5. En déduire la densité volumique de charge  $\rho(r)$  dans l'espace inter-armature.
6. Discuter les hypothèses 1 et 2.

### Exercice 6. Force sur un embout.

La pression extérieure est  $P_0$ . L'eau est un fluide parfait en écoulement incompressible et le régime est supposé stationnaire (on maintient  $h$  constante par ajout d'eau).

A l'extrémité  $I$  du tuyau d'évacuation où la section est  $S$ , on fixe un embout dont la section diminue et vaut  $s$  en  $B$ .



1. Quelle est la vitesse  $v_I$  et la pression  $P_I$  du fluide en  $I$  ?
2. Quelle est la composante horizontale  $F$  de la force qu'exerce le fluide en mouvement sur l'embout ?

### **EXERCICE 7. Résistance parcourue par un courant.**

Soit un cylindre homogène d'axe (Ox), de longueur L et de rayon constitué d'un matériau de conductivité thermique  $\lambda$  et de conductivité électrique  $\gamma$ .

1. Par la méthode de votre choix, établir l'expression de la résistance électrique R de ce morceau conducteur s'il était parcouru par un courant uniformément réparti de direction (Ox).

On fait circuler un courant continu d'intensité  $i$  dans le cylindre que l'on isole par ailleurs thermiquement sauf à ses extrémités, en  $x=0$  et  $x=L$ , où il est en contact avec l'air ambiant à la température  $T_0$ . On laisse le régime stationnaire s'établir et on note  $T(x)$  le champ de température dans le barreau.

2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$ . Sans chercher à résoudre cette équation, tracer l'allure de  $T(x)$ .
3. Opérer un bilan d'entropie sur une portion du barreau ente  $x$  et  $x+dx$ . Exprimer la quantité d'entropie créée par unité de volume et de temps  $\dot{\sigma}_C$  et identifier deux sources d'irréversibilité.

### **Exercice 8**

Données :

- Perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ .
- On rappelle que  $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{u}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{u}) - \Delta \vec{u}$ .

Soit une plaque d'acier de conductivité électrique  $\gamma = 1,0 \cdot 10^6 \text{ S.m}^{-1}$  occupant le demi-espace  $z > 0$ .

Un inducteur situé dans le demi-espace  $z < 0$  crée, dans l'acier, un champ magnétique sinusoïdal de fréquence  $f = 30 \text{ kHz}$  dont la représentation complexe est  $\vec{B}(M, t) = \underline{B}(z) e^{-i\omega t} \vec{u}_x$ .

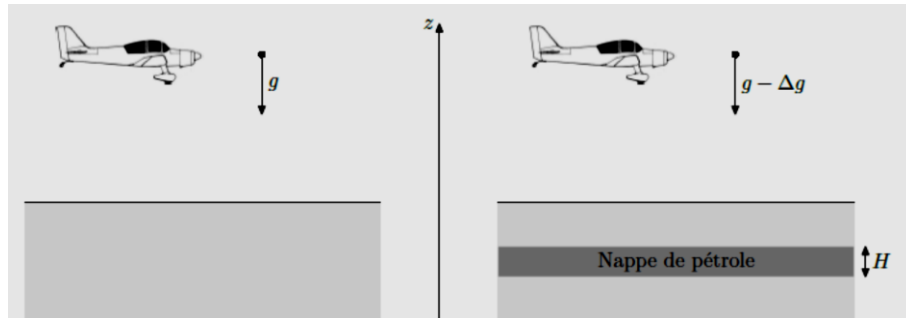
1. Expliquer pourquoi il apparaît également des courants dans la plaque d'acier et préciser la direction de la densité de courant associée  $\vec{J}(z, t)$ .
2. Etablir l'équation de propagation vérifiée par le champ magnétique  $\vec{B}(z, t)$  en tenant compte des valeurs numérique des données.
3. En déduire l'équation vérifiée par  $\underline{B}(z)$  et la résoudre en notant  $B_0$  l'amplitude du champ en  $z=0^+$  et  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ . Interpréter.
4. Trouver alors  $\vec{J}(z, t)$ . et exprimer alors la puissance volumique moyenne dissipée par effet Joule  $\langle p_J \rangle$  en fonction de  $B_0$ ,  $\omega$ ,  $\delta$ ,  $\mu_0$  et  $z$ . On rappelle que pour  $f, g$  deux grandeurs sinusoïdales  $\langle fg \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(f \underline{g}^*)$ .

### Exercice 9.

Données numériques :

- Constante de gravitation  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .
- Masse volumique du sol :  $\rho_s = 2800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique du pétrole :  $\rho_P = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

On s'intéresse à la viabilité de détecter du pétrole par gravimétrie. On envisage un avion survolant un sol de masse volumique uniforme  $\rho_s$ . Ce sol peut contenir une nappe de pétrole de masse volumique  $\rho_P$  et d'épaisseur  $H$ .



On détecterait alors la nappe par la variation du champ de pesanteur qu'elle engendre.

1. Rappeler brièvement l'analogie entre électrostatique et gravitation et énoncer le théorème de Gauss gravitationnel portant sur le champ gravitationnel  $\vec{g}(M)$ .
2. En explicitant votre démarche, établir l'expression du champ gravitationnel  $\vec{g}_P(M)$  engendré par une couche d'épaisseur  $H$ , de masse volumique  $\rho_P$  supposée d'extension infinie en tout point de l'espace. On prendra l'origine du repère dans le plan médian de la couche.
3. En déduire la différence de champ de pesanteur  $\Delta g$  induite par la présence de la nappe de pétrole.
4. Faire l'AN pour une couche d'épaisseur  $H = 200 \text{ m}$ .
5. Les gravimètres actuels présentent une précision de  $10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Commenter. Utiliser un avion vous paraît-il une bonne idée ?

### EXERCICE 10. Cycle de réfrigération théorique.

On envisage le cycle de réfrigération théorique ou cycle de Brayton inversé. Ce type de cycle sans changement d'état est utilisé particulièrement dans les cabines d'avion.

Le fluide utilisé est de l'air assimilé à un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante  $c_p = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  et de coefficient  $\gamma = 1,4$ .

Le cycle est le suivant :

L'air entre dans un compresseur à la pression  $P_1 = 0,10 \text{ MPa}$  et à la température  $\theta_1 = -20^\circ\text{C}$  (état 1). Il est comprimé de manière adiabatique et réversible et sort à la pression  $P_2 = 0,50 \text{ MPa}$ . L'air pénètre alors dans un échangeur où il se refroidit de manière isobare jusqu'à la température  $\theta_3 = 15^\circ\text{C}$ . On le détend alors de manière adiabatique et réversible (état 4) puis il est réchauffé dans un échangeur de manière isobare jusqu'à l'état 1.

1. Tracer le cycle suivi par l'air dans un diagramme de Clapeyron.
2. Comment est défini le coefficient de performance du cycle ?
3. Calculer numériquement le coefficient de performance pour le cycle proposé. Dans le diagramme  $(T, s)$  tracé, donner une interprétation géométrique de ce coefficient.
4. On souhaite obtenir une puissance de réfrigération  $P = 1,0 \text{ kW}$ . Quel est le débit massique d'air requis ?