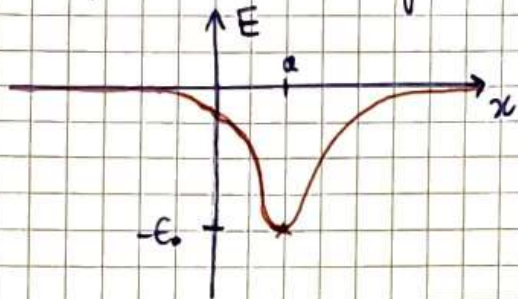


Exo 7: $E_p(x) = -E_0 \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2a^2}\right)$

1) * Comme $\left[e^{-\frac{(x-a)^2}{2a^2}}\right] = 1$, $[E_0] = [E_p(x)] = \underline{nL^2T^{-2}}$

* Et $\left[\frac{(x-a)^2}{2a^2}\right] = 1$ d'où $[x] = [a] = [d] = \underline{L}$

2) Représentation de l'énergie:



Par que la particule s'échappe, $E_{m,min} = 0$.

Or $E_m = \text{cte}$ car champ de force conservatif.

D'où $E_m = E_p(a) + E_{cinétique} = 0$

$= -E_0 + \frac{1}{2} m v_{min}^2$

D'où $v_{min}^2 = \frac{2E_0}{m}$

Ainsi $v_{min} = \underline{\sqrt{\frac{2E_0}{m}}}$

3) On a $u = x - a$, et $E_p(u) = -E_0 e^{-\frac{u^2}{2a^2}}$

On a $\dot{u} = \dot{x}$

Or $E_m = \text{cte} = E_p(u) + \frac{1}{2} m \dot{u}^2$

Comme on se place à l'endroit très petit devant a :

* On fait la DL de $E_p(u)$ en 0:

$E_p(u) \sim E_p(0) + \frac{dE_p(0)}{du} (u) + \frac{d^2E_p(0)}{du^2} \frac{(u)^2}{2}$

* On dérive $2 \times E_p$:

$\frac{dE_p(u)}{du} = +E_0 \frac{u}{a^2} \times e^{-\frac{u^2}{2a^2}}$

et $\frac{d^2E_p(u)}{du^2} = -\frac{E_0}{a^2} e^{-\frac{u^2}{2a^2}} \left(1 + \frac{u^2}{a^2}\right)$

et $\frac{dE_p(0)}{du} = 0$ et $\frac{d^2E_p(0)}{du^2} = +\frac{E_0}{a^2}$

* On réinjecte:

On a donc $E_m = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 + E_p(u) = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 + E_p(0) + \frac{E_0}{a^2} \frac{u^2}{2}$

On dérive % autps:

$\frac{dE_m}{dt} = 0 = m \dot{u} \ddot{u} + \frac{E_0}{a^2} u \dot{u}$

D'où $\underline{\ddot{u} + \frac{E_0}{m a^2} u = 0}$

