

Exercice 16

place l'axe oz $\perp$ à la base utilisée.
dans le sens,

$$\vec{OG} = \frac{L}{2} \vec{u}_r$$

$J_g \rightarrow \vec{P}$ s'applique en G
On a $\theta(0) = \theta_0$

On considère le système {tronc} dans un référentiel galiléen terrestre lié au sol considéré galiléen.

$\rightarrow$ On a un seul degré de liberté.

On a : $\vec{OG} = l \vec{u}_r$ $l = L/2$
 $\dot{\vec{OG}} = l \dot{\theta} \vec{u}_\theta$
 $\ddot{\vec{OG}} = -l \dot{\theta}^2 \vec{u}_r + l \ddot{\theta} \vec{u}_\theta$

car $\vec{M}(P) = \vec{OG} \wedge \vec{P} = -\vec{P} \wedge \vec{OG}$

On a : $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}(P) = -\vec{P} \wedge \vec{OG} = -mg \frac{L}{2} \vec{u}_y \wedge \vec{u}_r$
 $= +mg \frac{L}{2} (\cos(\theta) \vec{u}_r - \sin(\theta) \vec{u}_\theta) \wedge \vec{u}_r$
 $= +mg \frac{L}{2} \sin(\theta) \vec{u}_z$

$$J \ddot{\theta} = mg \frac{L}{2} (-\sin \theta)$$

$$J \ddot{\theta} = -mg \frac{L}{2} (-\dot{\theta} \sin \theta)$$

$\rightarrow J \frac{\ddot{\theta}^2}{2} = -mg \frac{L}{2} \cos(\theta) + \text{cste.}$

$\dot{\theta}(0) = 0$

$\theta(0) = \theta_0 \Rightarrow J \ddot{\theta}^2 = mgL [-\cos(\theta) + \cos(\theta_0)]$

$$\dot{\theta} = \pm \sqrt{\frac{mgL}{J}} \sqrt{\cos(\theta_0) - \cos(\theta)}$$

$\rightarrow$ on choisit $\dot{\theta} > 0$

Donc $\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{3g}{3L}} \sqrt{\cos(\theta_0) - \cos(\theta)}$

car θ est dans le sens trigonométrique

$$\frac{d\theta}{\sqrt{\cos(\theta_0) - \cos(\theta)}} \times \sqrt{\frac{3g}{L}} = dt$$

On intègre entre θ_0 et $\pi/2$ $\leftarrow$ angle d'arrivée.

$$\sqrt{\frac{3gL}{2}} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta_0) - \cos(\theta)}} d\theta = T_{\text{chute}} = 5,1 \times \sqrt{\frac{L}{3g}}$$

On prend $L \approx 20 \text{ m} \rightarrow T_{\text{chute}} \approx 4,2 \text{ s}$.

