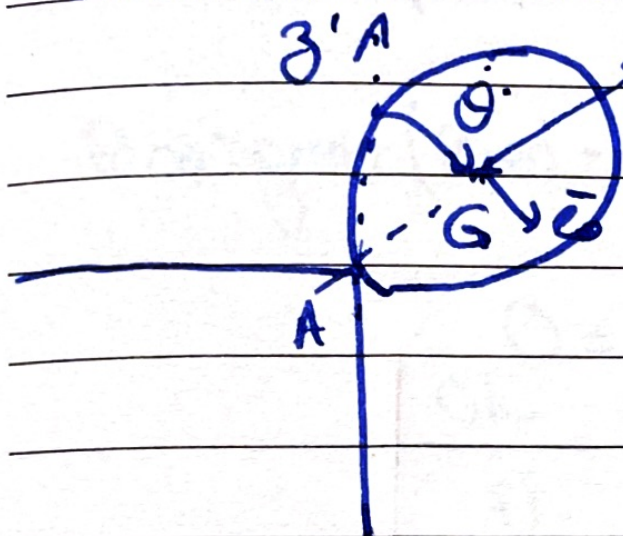


Exercice 17 - Correction



} balle {

Bilan de forces :

- Poids : $\vec{P} = -mg\vec{e}_3$

- $\vec{R}_T$: $\vec{R}_T = R_T \vec{e}_\theta$

- $\vec{R}_N$: $\vec{R}_N = R_N \vec{e}_1$

On suppose qu'il n'y a pas de glissement de sorte qu'avant le décollement le solide est un solide en rotation autour de Δ .

$$\vec{AG} = R\vec{e}_1, \quad \dot{\vec{AG}} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta, \quad \ddot{\vec{AG}} = R\ddot{\theta}\vec{e}_\theta - R\dot{\theta}^2\vec{e}_1$$

On applique le théorème du centre d'inertie à la balle :

$$\begin{cases} -mR\dot{\theta}^2 = R_N - mg\cos\theta \\ mR\ddot{\theta} = mg\sin\theta + R_T \end{cases}$$

On applique le théorème de l'énergie

cinétique à la balle : entre $t=0$ et t

$$\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}J\dot{\theta}'(0) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{R}_T)$$

Comme A est fixe : $W(\vec{R}_N) = 0$

Comme il n'y a pas de glissement : $W(\vec{R}_T) = 0$

$$\text{D'où } \ddot{\theta}^2 = \frac{2mgR}{J} (1 - \cos \theta)$$

$$\text{donc } R_N = -\frac{10}{7} mg (1 - \cos \theta) + mg \cos \theta$$

$$\text{On cherche } \theta_d : R_N(\theta_d) = 0$$

$$\text{ie } \cos \theta_d = \frac{10}{17}$$

2. On suppose qu'il n'y a pas de glissement donc

$$\|\vec{R}_T\| < f \|\vec{R}_N\|$$

avant le décollement, on sait que

$$J\ddot{\theta}^2 = 2mgR(1 - \cos \theta)$$

soit, en dérivant,

$$\ddot{\theta} = \frac{mgR}{J} \sin \theta$$

D'où

$$R_T = -\frac{2}{7} mg \sin \theta$$

La condition devient

$$\frac{2}{7} mg \sin \theta < f mg \left| \frac{10}{7} - \frac{17}{7} \cos \theta \right|$$

Or pour $\theta = \theta_d$, l'inégalité n'est pas vérifiée car $\frac{10}{7} - \frac{17}{7} \cos \theta_d = 0$

Donc l'hypothèse de non glissement pour tout $0 < \theta < \theta_d$ est fautive.

