

ALGEBRE LINEAIRE

TD

2024-2025

Chapitre 5

941

Exercice 1 (CCP 2015)

Trouver les matrices A dans $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ telles que $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 (Mines 2018)

Montrer qu'il n'existe pas de matrice $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ telle que $X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 3 (Mines 2018)

Soit E un espace vectoriel de dimension n .

Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tq $f^{n-1} \neq 0$ et $f^n = 0$.

Soit $\mathcal{C} = \{g \in \mathcal{L}(E) \text{ tq } f \circ g = g \circ f\}$.

1. Montrer qu'il existe $a \in E$ tq $(a, f(a), \dots, f^{n-1}(a))$ est une base de E .
2. Montrer que $(Id_E, f, \dots, f^{n-1})$ est une base de \mathcal{C} .