

Révisions 2025
Probabilités
21 mai 2025

941

Exercice 1 (*Ens 2023*)

A et B détectent des événements aléatoires et indépendants (ce sont deux détecteurs indépendants).

Pour chaque détecteur, il y a environ 5000 détections par an.

Quelle est la probabilité pour que dans une année les deux détecteurs détectent un événement avec un écart inférieur à une seconde ?

Exercice 2 (*Mines 2023*)

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et a un diviseur de n .

On note $D(a) = \{k \in \llbracket 1; n \rrbracket \text{ tq } a|k\}$.

On se place dans l'espace probabilisé $(\llbracket 1; n \rrbracket, \mathcal{P}(\llbracket 1; n \rrbracket), P)$ où P est la probabilité uniforme.

1. Calculer $P(D(a))$.
2. Soient $p_1, \dots, p_l$ les diviseurs premiers de n .
Montrer que les $D(p_i)$ sont mutuellement indépendants.
3. Soit $B = \{k \in \llbracket 1; n \rrbracket \text{ tq } k \text{ et } n \text{ sont premiers entre eux}\}$.
Calculer $P(B)$.

Exercice 3 (*CCP 2023*)

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi géométrique de paramètre $p \in]0; 1[$.

Soit A l'évènement : X est un nombre pair.

Soit B l'évènement : X est un multiple de 3.

Calculer $P(A)$ et $P(B)$.

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 4 (*Mines-Telecom 2023*)

On dispose de deux urnes : l'urne numéro 1 qui contient 3 boules blanches et 5 boules noires et l'urne numéro 2 qui contient 2 boules blanches et 3 boules noires.

On tire la première boule dans une des urnes, tirées au sort avec équiprobabilité des deux urnes.

On note la couleur de la boule et on la remet dans l'urne dont elle provient.

Si la boule est blanche, le prochain tirage se fera dans l'urne numéro 1. Si elle est noire, dans l'urne 2.

On note p_n la probabilité de tirer une boule blanche au n -ième tirage.

1. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n .

2. Déterminer p_n .

Exercice 5 (*Mines 2024*)

Soit $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espace probabilisé.

Soit $A_1, \dots, A_n$ des événements.

Soit $\Gamma_n = \{A_1, \overline{A_1}\} \times \dots \times \{A_n, \overline{A_n}\}$.

Calculer $\sum_{(B_1, \dots, B_n) \in \Gamma_n} P(B_1 \cup \dots \cup B_n)$.