

Révisions 2026
mercredi 25 mars 2026

941

Exercice 1 (*Ens 2025*)

Pour $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, on définit $E_A = \{AM, M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})\}$.
Que vaut $\dim(E_A)$?

Exercice 2 (*Mines 2024*)

Soit $f : [0, 1] \longrightarrow \mathbf{R}$ continue et $n \in \mathbf{N}^*$ tel que

$$\forall k \in \llbracket 0; n \rrbracket, \quad \int_0^1 f(x)x^k dx = 0$$

Montrer que f admet au moins $n + 1$ zéros dans $[0, 1]$.

Indication donnée : Raisonner par l'absurde et poser une fonction $g(x)$ en fonction des x^k pour appliquer le théorème de positivité de l'intégrale à $f(x)g(x)$.

Exercice 3

Résoudre le système différentiel

$$\begin{cases} x'' = 3x + y + e^{2t} \\ y'' = 2x + 2y + 3e^t \end{cases}$$

Exercice 4 (*Ens 2024*)

Déterminer toutes les fonctions f de classe $\mathcal{C}^2$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telles que :
 $\forall t \in \mathbb{R} \quad f(t)^2 = f(t\sqrt{2})$

Exercice 5 (*Ens 2025*)

Soit $(x_n)_{n \geq 1}$ une suite de réels telle que la suite $(y_n)_{n \geq 1}$ définie par

$$y_n = x_{n+1} - \frac{1}{2}x_n$$

satisfait

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = 0$$

Montrer que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 0$$