# Révisions 2026
# lundi 1er juin 2026

941

**Exercice 1** *(Ens 2024)*

Déterminer les polynômes $P \in \mathbb{C}[X]$ tels que $\{z \in \mathbb{C} \text{ tq } P(z) = 0\} = \{z \in \mathbb{C} \text{ tq } P \circ P(z) = 0\}$

**Exercice 2** *(Ens 2024)*

Soit $A$ une partie de $\mathbb{N}$ contenant 0 et 1 et telle que $\dfrac{\operatorname{Card}(A \cap \{0, 1, \ldots, n\})}{n} \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} 0$.
Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, il existe $j \in \mathbb{N}$ tel que $\operatorname{Card}(A \cap \{j, j+1, \ldots, j+k\}) = 2$.

**Exercice 3** *(X 2024)*

Calculer $A = \left|\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \omega^{k^2}\right|$ avec $\omega = \mathrm{e}^{2i\pi/n}$.
**Variante (Ens 2025)**
Soit $p > 2$ un nombre impair. Montrer que

$$\left|\sum_{k=0}^{p-1} \mathrm{e}^{\frac{2\pi i k^2}{p}}\right| = \sqrt{p}$$

**Exercice 4** *(X 2024)*

Soit $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 2$.
Soient $u_1, \ldots, u_n$ des nombres complexes de module 1.
Montrer que $\left(\displaystyle\prod_{i \neq j} |u_i - u_j|\right)^{\frac{1}{n(n-1)}} \leq n^{\frac{1}{n-1}}$