Fiche TP

Composition des incertitudes-types

Incertitudes-types composées.	Évaluer l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs, dont les incertitudes-types sont connues, à l'aide d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient. Comparer entre elles les différentes contributions lors de l'évaluation d'une incertitude-type composée. **Capacité numérique** : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire de type Monte-Carlo permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
Écriture du résultat d'une mesure.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.
Comparaison de deux valeurs ; écart normalisé.	Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues à l'aide de leur écart normalisé. Analyser les causes d'une éventuelle incompatibilité entre le résultat d'une mesure et le résultat attendu par une modélisation.

Très souvent, il n'est pas possible de mesurer directement la grandeur que l'on souhaite étudier. On l'exprime puis on la calcule avec des grandeurs que l'on peut mesurer. Il faut combiner des mesures entre elles pour obtenir le résultat souhaité. **L'incertitude-type sur la valeur calculée** est alors obtenue à partir des valeurs mesurées et de leur incertitudes-types.

1. Calcul de l'incertitude-type composée avec une expression mathématique

On s'intéresse à des grandeurs qui peuvent s'exprimer comme **sommes**, **différences**, **produits** ou **quotients** de grandeurs que l'on peut mesurer. On suppose que l'on dispose des incertitudes-types de chaque valeur mesurée. On peut alors évaluer l'incertitude-type sur la valeur calculée. On utilise pour cela les **expressions mathématiques** suivantes.

Remarque : on peut utiliser ces expressions mathématiques lorsque les grandeurs combinées sont indépendantes (la connaissance de l'une n'influe pas sur l'autre) et lorsque les incertitudes-types relatives restent modestes (de l'ordre du pourcent).

Calcul de la valeur	Calcul de l'incertitude-type composée
$X = \alpha \times Y$	$u(X) = \lvert\alpha\rvert \times u(Y)$
$X = Y + Z$	$u(X) = \sqrt{u(Y)^2 + u(Z)^2}$
$X = Y - Z$	$u(X) = \sqrt{u(Y)^2 + u(Z)^2}$
$X = \alpha \times Y + \beta \times Z$	$u(X) = \sqrt{(\alpha \times u(Y))^2 + (\beta \times u(Z))^2}$
$X = Y \times Z$	$u(X) = \lvert X\rvert \sqrt{\left(\frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + \left(\frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$
$X = \frac{Y}{Z}$	$u(X) = \lvert X\rvert \sqrt{\left(\frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + \left(\frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$
$X = Y^\alpha$	$u(X) = \lvert X\rvert \sqrt{\left(\alpha \times \frac{u(Y)}{Y}\right)^2}$
$X = Y^\alpha \times Z^\beta$	$u(X) = \lvert X\rvert \sqrt{\left(\alpha \times \frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + \left(\beta \times \frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$

> Exemple : cas de la somme $X = Y + Z$
>
> $$\begin{array}{ll} Y = 100 & u(Y) = 8 \\ Z = 50 & u(Z) = 6 \end{array}$$
>
> $$X = 150 \qquad u(X) = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

Lors de l'évaluation d'une incertitude-type composée, il faut **comparer les différentes contributions**. On peut simplifier le calcul de $u(X)$ en ne conservant que les **principales sources d'incertitudes**.

Pour cela, on compare les **incertitudes-types relatives :**

$$\frac{u(Y)}{Y}, \quad \frac{u(Z)}{Z}, \quad \dots$$

2. Évaluation de l'incertitude-type composée par simulation numérique (algorithme de type Monte-Carlo)

On considère une grandeur non mesurable G qui s'exprime en fonction de grandeurs mesurables G_i.

$$G = f(G_i)$$

L'incertitude-type de G pourrait être évaluée par une approche statistique (type A) si l'on disposait de chaque série de mesures des G_i. Pour cela, il serait inutile d'évaluer de façon intermédiaire les incertitudes-types $u(G_i)$ de chaque G_i.

> Exemple : cas de la somme $X = Y + Z$
>
> On dispose de N mesures de Y et de N mesures de Z. Il est inutile d'évaluer $u(Y)$ et $u(Z)$. On commence par calculer les N valeurs de X en effectuant les sommes $Y + Z$. On calcule ensuite la moyenne $\bar{X}$ et l'écart-type s_X de la série des N valeurs calculées de X. On en déduit l'incertitude-type sur une mesure de X :
>
> $$u(X) = s_X$$

On s'intéresse maintenant au cas où l'on ne dispose pas des séries de mesures de G_i, mais où l'on connaît une valeur mesurée de chaque G_i et les incertitude-type $u(G_i)$. Il est alors possible de **générer aléatoirement des jeux de données** de G_i. Il s'agit de **recréer des expériences virtuelles**, d'**obtenir une collection de résultats de mesures simulées**. On applique ensuite la démarche précédente pour évaluer l'incertitude-type composée.

Exemple : cas de la somme $X = Y + Z$

On dispose d'une valeur mesurée Y et de son incertitude-type $u(Y)$. De même, on dispose d'une valeur mesurée Z et de son incertitude-type $u(Z)$.

```
import numpy as np

nb=125000          #nombre de tirages
Y=100              #valeur mesurée de Y
uY=8               #incertitude-type sur Y
Z=50               #valeur mesurée de Z
uZ=6               #incertitude-type sur Z

TirageNormaleY=np.random.normal(Y,uY,nb)
TirageNormaleZ=np.random.normal(Z,uZ,nb)

SimulationX=TirageNormaleY+TirageNormaleZ

print('Moyenne = ',np.average(SimulationX))
print('Ecart-type = ',np.std(SimulationX, ddof=1))
```

Affichage dans la console Python :

```
In [28]: runfile('J:/Incertitudes/Propagations.py', wdir='J:/Incertitudes')
Moyenne =  149.9729350441566
Ecart-type =  10.018250020681545
```

On peut en conclure que $X = 150$ avec $u(X) = 10$.

Exemple : cas de la somme $X = Y + Z$

On dispose d'une valeur mesurée Y et de son incertitude-type $u(Y)$. De même, on dispose d'une valeur mesurée Z et de son incertitude-type $u(Z)$.

```
125000 lignes

Y = LOI.NORMALE.INVERSE(ALEA();100;8)
Z = LOI.NORMALE.INVERSE(ALEA();50;6)
X = Y + Z
```

Affichage dans la feuille excel :

	Y	Z	X			
1	112,768467	44,2066366	156,975103		moyenne	149,957347
2	100,191322	47,8815612	148,072883		ecartype	10,0131875
3	98,8992916	45,2699995	144,169291			
4	103,283004	42,9049675	146,187972			
⋮	⋮		⋮		⋮	
124998	93,5888769	56,6335805	150,222457			
124999	105,19679	60,8757331	166,072523			
125000	104,798595	53,0291537	157,827749			

On peut en conclure que $X = 150$ avec $u(X) = 10$.

La même démarche peut être effectuée lorsque l'on connaît les demi-étendues $\Delta(G_i)$.

Exemple : cas de la somme $X = Y + Z$

On dispose d'une valeur mesurée Y et de sa demi-étendue $\Delta(Y)$. De même, on dispose d'une valeur mesurée Z et de sa demi-étendue $\Delta(Z)$.

```python
import numpy as np

nb=125000         #nombre de tirages
Y=100             #valeur mesurée de Y
DY=13.86          #demi-étendue sur Y (8*sqrt(3) pour la démonstration)
Z=50              #valeur mesurée de Z
DZ=10.39          #demi-étendue sur Z (6*sqrt(3) pour la démonstration)

TirageUniformeY=np.random.uniform(Y-DY,Y+DY,nb)
TirageUniformeZ=np.random.uniform(Z-DZ,Z+DZ,nb)

SimulationX=TirageUniformeY+TirageUniformeZ

print('Moyenne = ',np.average(SimulationX))
print('Ecart-type = ',np.std(SimulationX, ddof=1))
```

Affichage dans la console Python :

```
In [29]: runfile('J:/Incertitudes/Propagations.py', wdir='J:/Incertitudes')
Moyenne =  149.99409697962946
Ecart-type =  10.00858585506397
```

On peut en conclure que $X = 150$ avec $u(X) = 10$.

Exemple : cas de la somme $X = Y + Z$

On dispose d'une valeur mesurée Y et de sa demi-étendue $\Delta(Y)$. De même, on dispose d'une valeur mesurée Z et de sa demi-étendue $\Delta(Z)$.

```
125000 lignes

Y = 100+13,86*(2*ALEA()-1)
Z = 50+10,39*(2*ALEA()-1)
X = Y + Z
```

Affichage dans la feuille excel :

	Y	Z	X			
1	106,505792	44,5200159	151,025808		moyenne	150,021363
2	112,559223	55,8705861	168,42981		ecartype	10,0306639
3	104,380043	42,0335669	146,413609			
4	104,926994	53,9499669	158,876961			
⋮	⋮	⋮	⋮			
124998	104,894984	57,6814451	162,576429			
124999	103,682429	48,1051262	151,787555			
125000	102,536663	48,7822881	151,318951			

On peut en conclure que $X = 150$ avec $u(X) = 10$.

3. Écriture du résultat et chiffres significatifs

Un résultat calculé doit inclure :

- La valeur calculée X en précisant **l'unité appropriée**.
- L'incertitude-type $u(X)$ associée en utilisant la même puissance de 10 que celle de la valeur calculée X, et évidemment la même unité. **On conserve 2 chiffres significatifs pour l'incertitude-type $\boldsymbol{u(X)}$. On adapte alors le nombre de chiffres significatifs de la valeur calculée $\boldsymbol{X}$.**
- Idéalement, des informations concernant l'obtention des deux grandeurs précédentes, comme la méthode utilisée pour la composition des incertitudes-types (calcul ou simulation Monte-Carlo), etc.

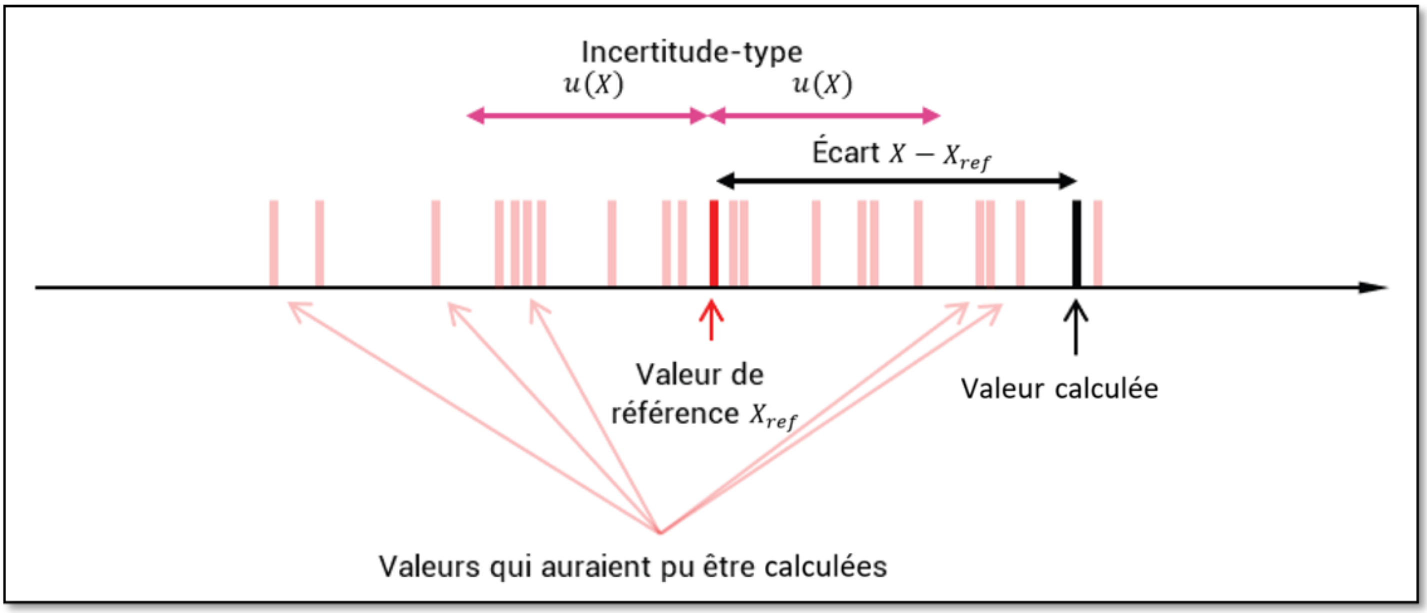
4. Comparaison à une valeur de référence

On appelle **valeur de référence** X_{ref} une valeur mesurée par une méthode de référence, c'est-à-dire une méthode scientifiquement jugée comme étant supérieure à toute autre. L'incertitude-type de la valeur de référence est supposée nulle.

On s'attend à ce que la **valeur de référence** X_{ref} ne coïncide pas exactement avec la Valeur calculée X, mais ne s'en écarte pas plus que de quelques incertitudes-types. On définit l'**écart normalisé (ou z-score)** :

$$z = \frac{|X - X_{ref}|}{u(X)}$$

L'écart normalisé (ou z-score) est donc le nombre d'incertitudes-types d'écart entre la valeur calculée X et la valeur de référence X_{ref}. Il représente une évaluation de l'accord entre le résultat calculé et la valeur de référence.



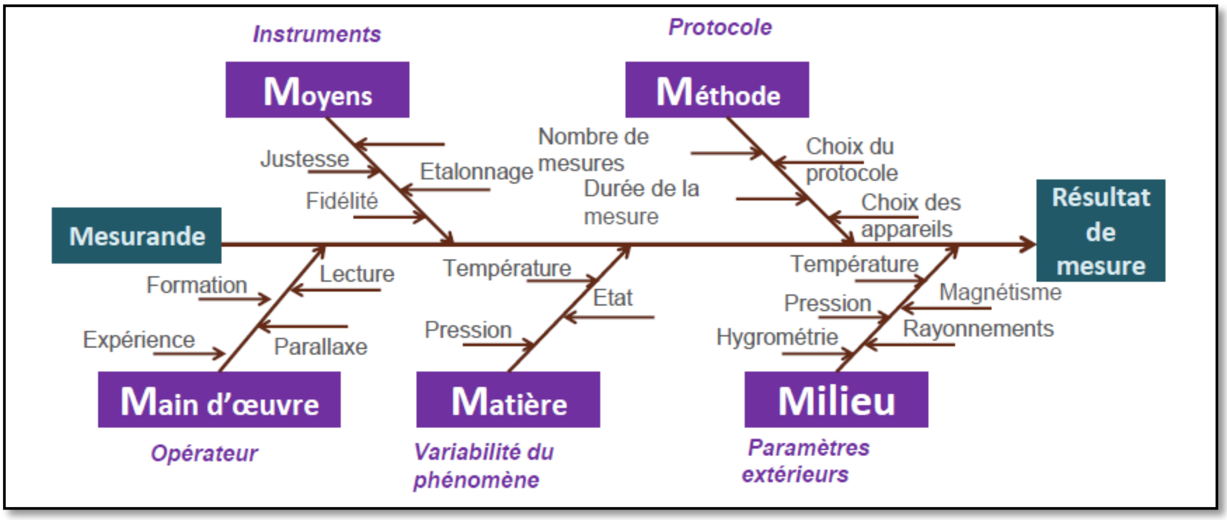
Lorsque z ≤ 2, on considère que le résultat calculé est compatible avec la valeur de référence. Lorsque z>2, on considère qu'il ne l'est pas. Ce seuil à 2 est fixé par convention. On le retrouve dans de nombreux domaines scientifiques tels que la médecine, la pharmacie, la biologie, la psychologie, l'économie etc…

On rédige la conclusion de la manière suivante :

« La valeur calculée X est compatible avec sa valeur de référence X_{ref} à $z \times u(X)$ près. »

Comment interpréter un z-score supérieur à 2 ?

- Il est possible **que l'incertitude-type ait été sous-estimée**, ou qu'une source d'incertitude ait été oubliée : il convient donc de réexaminer les choix qui ont mené à son évaluation (attention également à ne pas surestimer l'incertitude-type, cela peut conduire par erreur à un accord mesure/référence). La règle des 5M permet de répertorier les sources d'incertitudes lors d'une mesure :



- Il est possible que **l'expérience n'ait pas été correctement réalisée**.
- Il est possible que **la modélisation du phénomène observé ne corresponde pas aux conditions expérimentales**.

5. Comparaison de deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues

Supposons que l'on souhaite comparer deux valeurs X_1 et X_2 de la même grandeur X obtenues par deux méthodes différentes avec les incertitudes-types associées $u(X_1)$ et $u(X_2)$.

L'**écart normalisé (ou z-score)** est :

$$z = \frac{|X_1 - X_2|}{\sqrt{u(X_1)^2 + u(X_2)^2}}$$

Le critère de compatibilité entre les deux valeurs reste le même que dans le paragraphe précédent. Si $z \leq 2$, on écrira : **« les deux valeurs sont compatibles entre elles ».**

Annexe n°1 : Cas d'une dilution

On prélève $V_p = 10\ \text{mL}$ d'une solution mère d'acide chlorhydrique décimolaire $C_m = 0{,}1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ à l'aide d'une pipette jaugée. On introduit ce prélèvement dans une fiole jaugée de volume $V_f = 250\ \text{mL}$, que l'on ajuste ensuite au trait de jauge avec de l'eau distillée.

D'après la fiche TP « incertitudes de type B », on a :

$$\Delta(V_p) = 0{,}020\ \text{mL} \qquad \Delta(C_m) = 0{,}0005\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \qquad \Delta(V_f) = 0{,}15\ \text{mL}$$

1. Calcul de l'incertitude-type composée avec une expression mathématique

$$\begin{aligned} V_p &= 10{,}000\ \text{mL} & u(V_p) &= 0{,}012\ \text{mL} \\ C_m &= 0{,}10000\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} & u(C_m) &= 0{,}00029\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \\ V_f &= 250{,}000\ \text{mL} & u(V_f) &= 0{,}087\ \text{mL} \end{aligned}$$

$$C = \frac{C_m \times V_p}{V_f} = \frac{0{,}10000 \times 10{,}000}{250{,}000} = 4{,}00000000.10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$u(C) = |C|\sqrt{\left(\frac{u(C_m)}{C_m}\right)^2 + \left(\frac{u(V_p)}{V_p}\right)^2 + \left(\frac{u(V_f)}{V_f}\right)^2}$$

$$u(C) = 4{,}00000000.10^{-3} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}00029}{0{,}10000}\right)^2 + \left(\frac{0{,}012}{10{,}000}\right)^2 + \left(\frac{0{,}087}{250{,}000}\right)^2} = 1{,}26308.10^{-5}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

On conclut que $\boxed{C = 4{,}000.10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \text{ avec } u(C) = 0{,}013.10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}}$

2. Évaluation de l'incertitude-type composée par simulation numérique

```python
import numpy as np

nb=125000          #nombre de tirages
Vp=10              #valeur mesurée de Vp
DVp=0.020          #demi-étendue sur Vp
Cm=0.1             #valeur mesurée de Cm
DCm=0.0005         #demi-étendue sur Cm
Vf=250             #valeur mesurée de Vf
DVf=0.15           #demi-étendue sur Vf

TirageUniformeVp=np.random.uniform(Vp-DVp,Vp+DVp,nb)
TirageUniformeCm=np.random.uniform(Cm-DCm,Cm+DCm,nb)
TirageUniformeVf=np.random.uniform(Vf-DVf,Vf+DVf,nb)

SimulationC=TirageUniformeVp*TirageUniformeCm/TirageUniformeVf

print('Moyenne = ',np.average(SimulationC))
print('Ecart-type = ',np.std(SimulationC, ddof=1))
```

Affichage dans la console Python :

```
In [38]: runfile('J:/Incertitudes/Propagations.py', wdir='J:/Incertitudes')
Moyenne =  0.0040000354248522
Ecart-type =  1.2523408195238846e-05
```

On conclut que $\boxed{C = 4{,}000.10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \text{ avec } u(C) = 0{,}013.10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}}$

```
125000 lignes

Vp = 10+0,02*(2*ALEA()-1)
Cm = 0,1+0,0005*(2*ALEA()-1)
Vf = 250+0,15*(2*ALEA()-1)

C = Vp * Cm / Vf
```

Affichage dans la feuille excel :

	Vp	Cm	Vf	C		
1	9,98269461	0,10013272	250,087327	0,00399698	moyenne	0,003999963
2	9,99909087	0,10006267	249,964338	0,00400271	ecartype	1,25326E-05
3	9,99325822	0,09954791	249,883545	0,00398109		
4	9,9867869	0,09958778	249,968329	0,00397875		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		
124998	9,9864282	0,09980744	249,882892	0,00398875		
124999	10,0115955	0,09952771	249,919312	0,00398701		
125000	9,98818536	0,09986504	249,987914	0,00399008		

On conclut que $\boxed{C = 4{,}000.10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}} \text{ avec } u(C) = 0{,}013.10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}}$

Annexe n°2 : Cas d'une dissolution

On dissout avec de l'eau distillée $m = 18{,}46\ \mathrm{g}$ d'hydroxyde de sodium ($M = 39{,}9971\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$) dans une fiole jaugée de volume $V_f = 250\ \mathrm{mL}$.

D'après la fiche TP « incertitudes de type B », on a :

$\Delta(m) = 0{,}01\ \mathrm{g}$ $\Delta(M) = 0{,}0004\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ $\Delta(V_f) = 0{,}15\ \mathrm{mL}$

1. Calcul de l'incertitude-type composée avec une expression mathématique

$$\begin{array}{ll} m = 18{,}4600\ \mathrm{g} & u(m) = 0{,}0058\ \mathrm{g} \\ M = 39{,}99710\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}} & u(M) = 0{,}00023\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}} \\ V_f = 250{,}000\ \mathrm{mL} & \mathrm{u}(V_f) = 0{,}087\ \mathrm{mL} \end{array}$$

$$C = \frac{m}{M \times V_f} = \frac{18{,}4600}{39{,}99710 \times 0{,}250000} = 1{,}846133845\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$$

$$u(C) = |C|\sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(M)}{M}\right)^2 + \left(\frac{u(V_f)}{V_f}\right)^2}$$

$$u(C) = 1{,}846133845 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}0058}{18{,}4600}\right)^2 + \left(\frac{0{,}00023}{39{,}99710}\right)^2 + \left(\frac{0{,}087}{250{,}000}\right)^2} = 8{,}656266.10^{-4}\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$$

On conclut que $\boxed{C = 1{,}84613\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}} \text{ avec } u(C) = 0{,}00087\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}}$

2. Évaluation de l'incertitude-type composée par simulation numérique

```python
import numpy as np

nb=125000         #nombre de tirages
m=18.46           #valeur mesurée de m
Dm=0.01           #demi-étendue sur m
M=39.9971         #valeur mesurée de M
DM=0.0004         #demi-étendue sur M
Vf=0.250          #valeur mesurée de Vf
DVf=0.00015       #demi-étendue sur Vf

TirageUniformem=np.random.uniform(m-Dm,m+Dm,nb)
TirageUniformeM=np.random.uniform(M-DM,M+DM,nb)
TirageUniformeVf=np.random.uniform(Vf-DVf,Vf+DVf,nb)

SimulationC=TirageUniformem/(TirageUniformeM*TirageUniformeVf)

print('Moyenne = ',np.average(SimulationC))
print('Ecart-type = ',np.std(SimulationC, ddof=1))
```

Affichage dans la console Python :

```
In [46]: runfile('J:/Incertitudes/Propagations.py', wdir='J:/Incertitudes')
Moyenne =  1.8461336405822755
Ecart-type =  0.0008615195337970278
```

On conclut que $\boxed{C = 1{,}84613\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}} \text{ avec } u(C) = 0{,}00086\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}}$

```
125000 lignes

m = 18,46+0,01*(2*ALEA()-1)
M = 39,9971+0,0004*(2*ALEA()-1)
Vf = 0,250+0,00015*(2*ALEA()-1)

C = m / (M * Vf)
```

Affichage dans la feuille excel :

	m	M	Vf	C			
1	18,4583945	39,9968449	0,24999672	1,84600927		moyenne	1,846133984
2	18,4518733	39,9970088	0,25008396	1,84470579		ecartype	0,000861872
3	18,4506746	39,9971248	0,24995392	1,84554028			
4	18,4690499	39,9972458	0,25006091	1,84658228			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
124998	18,4633292	39,997424	0,25004985	1,84608371			
124999	18,4647522	39,9970602	0,24999538	1,84664504			
125000	18,450579	39,9971843	0,24994548	1,84559025			

On conclut que $\boxed{C = 1{,}84613\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}\ \text{avec}\ u(C) = 0{,}00086\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}}$

Annexe n°3 : Cas d'un titrage direct

On titre $V_p = 10$ mL de soude, prélevée à la pipette jaugée, par de l'acide chlorhydrique décimolaire $C_{H^+} = 0{,}1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. On repère l'équivalence par le virage du bleu de bromothymol. On mesure un volume équivalent $V_{eq} = 16{,}4$ mL évalué à 3 gouttes près.

$$H^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = H_2O_{(l)} \qquad 10^{14} \qquad \text{quantitatif}$$

À l'équivalence, on a :

$$n\left(H^+_{(aq)}\right) = n\left(HO^-_{(aq)}\right) \qquad soit \qquad C_{H^+} \times V_{eq} = C \times V_p$$

D'après la fiche TP « incertitudes de type B », on a :

$$\Delta(V_p) = 0{,}020\ \mathrm{mL} \qquad \Delta(C_{H^+}) = 0{,}0005\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}} \qquad u(V_{eq}) = 0{,}20\ \mathrm{mL}$$

1. Calcul de l'incertitude-type composée avec une expression mathématique

$$V_p = 10{,}000\ \mathrm{mL} \qquad u(V_p) = 0{,}012\ \mathrm{mL}$$
$$C_{H^+} = 0{,}10000\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}} \qquad u(C_{H^+}) = 0{,}00029\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$
$$V_{eq} = 16{,}40\ \mathrm{mL} \qquad u(V_{eq}) = 0{,}20\ \mathrm{mL}$$

$$C = \frac{C_{H^+} \times V_{eq}}{V_p} = \frac{0{,}10000 \times 16{,}40}{10{,}000} = 0{,}164000000\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

$$u(C) = |C| \sqrt{\left(\frac{u(C_{H^+})}{C_{H^+}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{eq})}{V_{eq}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_p)}{V_p}\right)^2}$$

$$u(C) = 0{,}164000000 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}00029}{0{,}10000}\right)^2 + \left(\frac{0{,}20}{16{,}40}\right)^2 + \left(\frac{0{,}012}{10{,}000}\right)^2} = 0{,}00206517\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

$$u(C) \approx 0{,}164000000 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}20}{16{,}40}\right)^2} = 0{,}0020\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

On conclut que $\boxed{C = 0{,}1640\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}} \text{ avec } u(C) = 0{,}0020\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}}$

2. Évaluation de l'incertitude-type composée par simulation numérique

```python
import numpy as np

nb=125000          #nombre de tirages
Vp=10              #valeur mesurée de Vp
DVp=0.020          #demi-étendue sur Vp
CH=0.1             #valeur mesurée de CH
DCH=0.0005         #demi-étendue sur CH
Veq=16.4           #valeur mesurée de Veq
uVeq=0.20          #incertitude-type sur Veq

TirageUniformeVp=np.random.uniform(Vp-DVp,Vp+DVp,nb)
TirageUniformeCH=np.random.uniform(CH-DCH,CH+DCH,nb)
TirageNormaleVeq=np.random.normal(Veq,uVeq,nb)

SimulationC=TirageUniformeCH*TirageNormaleVeq/TirageUniformeVp

print('Moyenne = ',np.average(SimulationC))
print('Ecart-type = ',np.std(SimulationC, ddof=1))
```

Affichage dans la console Python :

```
In [50]: runfile('J:/Incertitudes/Propagations.py', wdir='J:/Incertitudes')
Moyenne =  0.1639911500792388
Ecart-type =  0.0020556929629796674
```

On conclut que $\boxed{C = 0{,}1640\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}\ \text{avec}\ u(C) = 0{,}0021\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}}$

```
125000 lignes

Vp = 10+0,02*(2*ALEA()-1)
CH = 0,1+0,0005*(2*ALEA()-1)
Veq = LOI.NORMALE.INVERSE(ALEA();16,4;0,2)

C = CH * Veq / Vp
```

Affichage dans la feuille excel :

	Vp	CH	Veq	C			
1	9,98370859	0,09978194	16,1972872	0,1618834		moyenne	0,164010189
2	9,99773769	0,09987955	16,8442504	0,16827768		ecartype	0,002065501
3	10,016076	0,09969887	16,4049219	0,16329272			
4	10,0020354	0,10034534	16,5547133	0,16608502			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
124998	9,9919902	0,09968866	16,56572	0,16527382			
124999	9,99557531	0,10001644	16,483592	0,16493599			
125000	9,99721682	0,09971668	16,3906865	0,16348798			

On conclut que $\boxed{C = 0{,}1640\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}\ \text{avec}\ u(C) = 0{,}0021\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}}$