Fiche TP

Incertitudes de type A

Variabilité de la mesure d'une grandeur physique. Incertitude. Incertitude-type.	Identifier les incertitudes liées, par exemple, à l'opérateur, à l'environnement, aux instruments ou à la méthode de mesure. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A).
Écriture du résultat d'une mesure.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.
Comparaison de deux valeurs ; écart normalisé.	Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues à l'aide de leur écart normalisé. Analyser les causes d'une éventuelle incompatibilité entre le résultat d'une mesure et le résultat attendu par une modélisation.

Mesurer des grandeurs est une activité fondamentale dans les laboratoires de recherche scientifique et dans l'industrie. Toute validation théorique d'un phénomène (physique, biologique, chimique...) passe par la mesure fiable de ses effets. C'est aussi fondamental dans de nombreuses activités quotidiennes comme la pesée dans les commerces, les analyses biologiques, la mesure de vitesse avec un radar...

En Physique-Chimie, on appelle « mesure » une procédure expérimentale qui conduit à **attribuer un ensemble de valeurs numériques à une grandeur**. Le résultat d'une mesure décrit cet ensemble de valeurs en le complétant par des explications sur la manière dont elles ont été obtenues.

1. Variabilité de la mesure d'une grandeur physique

La mesure est intrinsèquement variable. Bien qu'on ne s'en aperçoive pas toujours, si la mesure est répétée, dans les mêmes conditions, par le même opérateur, et avec le même matériel, on trouve souvent une valeur numérique différente. Cette variabilité des mesures rend impossible la connaissance précise de la valeur de la grandeur mesurée.

Il s'agit alors de trouver le meilleur estimateur de la grandeur que l'on veut mesurer. Lorsque l'on répète des observations, on choisit la **moyenne arithmétique des mesures** comme meilleur estimateur. En faisant ce choix, on espère que les fluctuations positives compenseront les fluctuations négatives.

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

2. Exploiter une série de mesures

Un tableau de données est parfois peu lisible. Une représentation graphique des données permet d'appréhender rapidement leur répartition (valeur centrale et dispersion).

Un **histogramme** est une représentation graphique en colonnes jointives, avec en abscisses une échelle des valeurs représentées, et en ordonnée le nombre (ou la proportion) de valeurs concernées. Le **choix des classes** doit être judicieusement fait : trop de classes et il y aura des trous dans l'histogramme (on ne verra plus correctement la répartition des observations) ; pas assez et l'histogramme ne donnera plus d'information pertinente. La règle de Rice permet d'obtenir le nombre k de classes en fonction du nombre N d'observations.

$$k \approx 2N^{\frac{1}{3}}$$

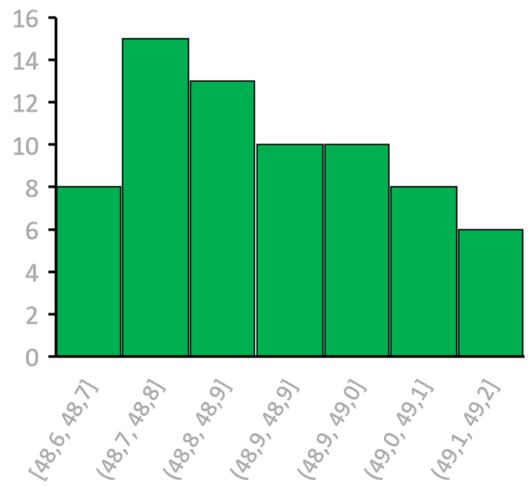
L'**écart-type des mesures** quantifie la dispersion des données (c'est l'incertitude-type d'une mesure).

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

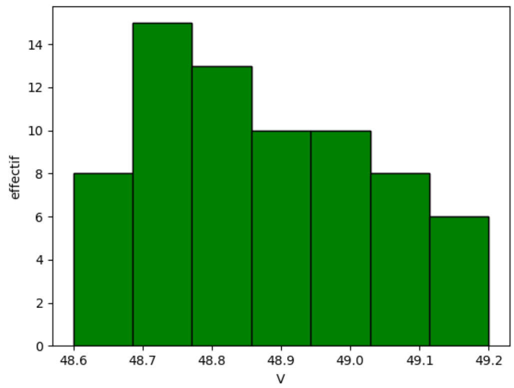
Exemple : mesures d'un volume d'eau prélevé à l'éprouvette graduée de 50 mL (les volumes sont estimés par pesée à l'aide d'une balance de précision).

Données expérimentales

Volume (mL)	48,6	48,7	48,8	48,9	49,0	49,1	49,2
Fréquence	8	15	13	10	10	8	6



Avec Excel



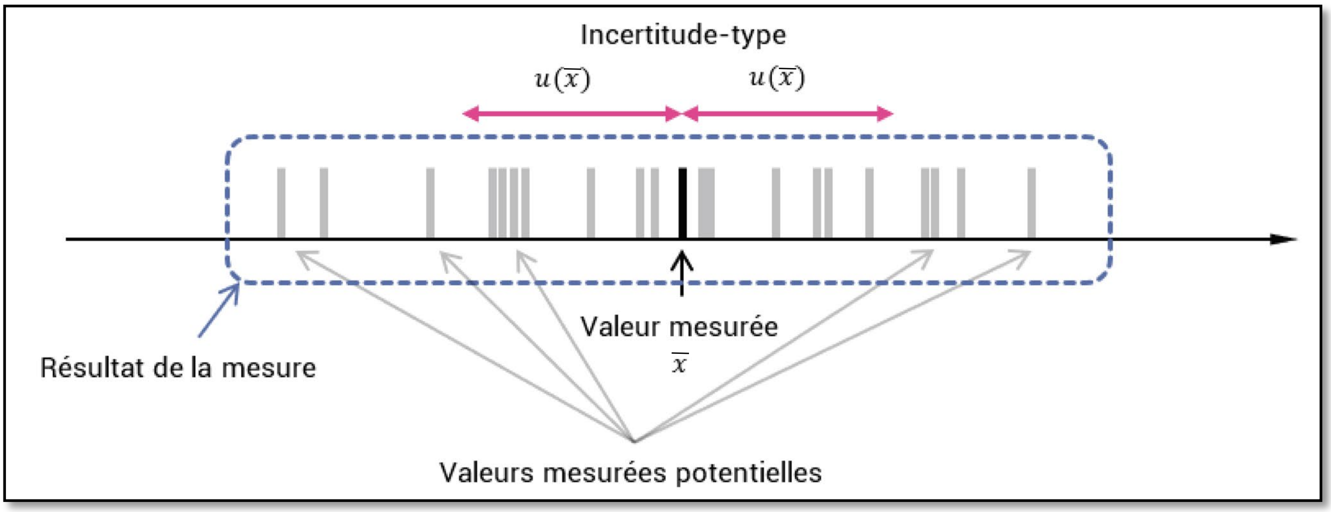
Avec Python

3. Valeur mesurée et incertitude-type

La **valeur mesurée** est la moyenne arithmétique $\bar{x}$ des N mesures. L'**incertitude-type** associée à cette moyenne, notée $u(\bar{x})$ est :

$$u(\bar{x}) = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

L'incertitude-type $u(\bar{x})$ quantifie la variabilité potentielle de la valeur mesurée $\bar{x}$. Elle prend en compte les différentes sources d'incertitudes. Augmenter le nombre de mesures fait diminuer l'incertitude-type de la valeur mesurée $\bar{x}$.



4. Évaluation de l'incertitude-type $u(\bar{x})$ par une approche statistique (type A)

Il s'agit de **répéter N fois une expérience** dans les mêmes conditions (même expérimentateur, même matériel, même protocole). L'évaluation de l'incertitude-type $u(\bar{x})$ sur la valeur mesurée $\bar{x}$ est effectuée à l'aide d'un **traitement statistique des N observations** (calcul d'un écart-type).

Traitement statistique des données de l'exemple

Volume moyen prélevé $\bar{x}$	48,8671429
Ecart-type s_x	0,18393558
Incertitude-type $u(\bar{x})$	0,02198451

On n'effectue les arrondis qu'à la fin des calculs pour éviter les « erreurs de chute », *i.e.* pour s'affranchir des erreurs liées aux arrondis dans les calculs intermédiaires.

Comment finalement présenter le résultat de mesure ?

5. Ecriture du résultat et chiffres significatifs

Un résultat de mesure doit inclure :

- La valeur mesurée $\bar{x}$ en précisant **l'unité appropriée**.
- L'incertitude-type $u(\bar{x})$ associée en utilisant la même puissance de 10 que celle de la valeur mesurée $\bar{x}$, et évidemment la même unité. **On conserve 2 chiffres significatifs pour l'incertitude-type $u(\bar{x})$. On adapte alors le nombre de chiffres significatifs de la valeur mesurée $\bar{x}$.**
- Idéalement, des informations concernant l'obtention des deux grandeurs précédentes, comme la méthode utilisée pour l'évaluation de l'incertitude, le nombre d'observations réalisées, etc.

> *Dans l'exemple ci-dessus, on écrira finalement :*
>
> $\bar{V} = 48{,}867\ mL$ avec $u(\bar{V}) = 0{,}022\ mL$

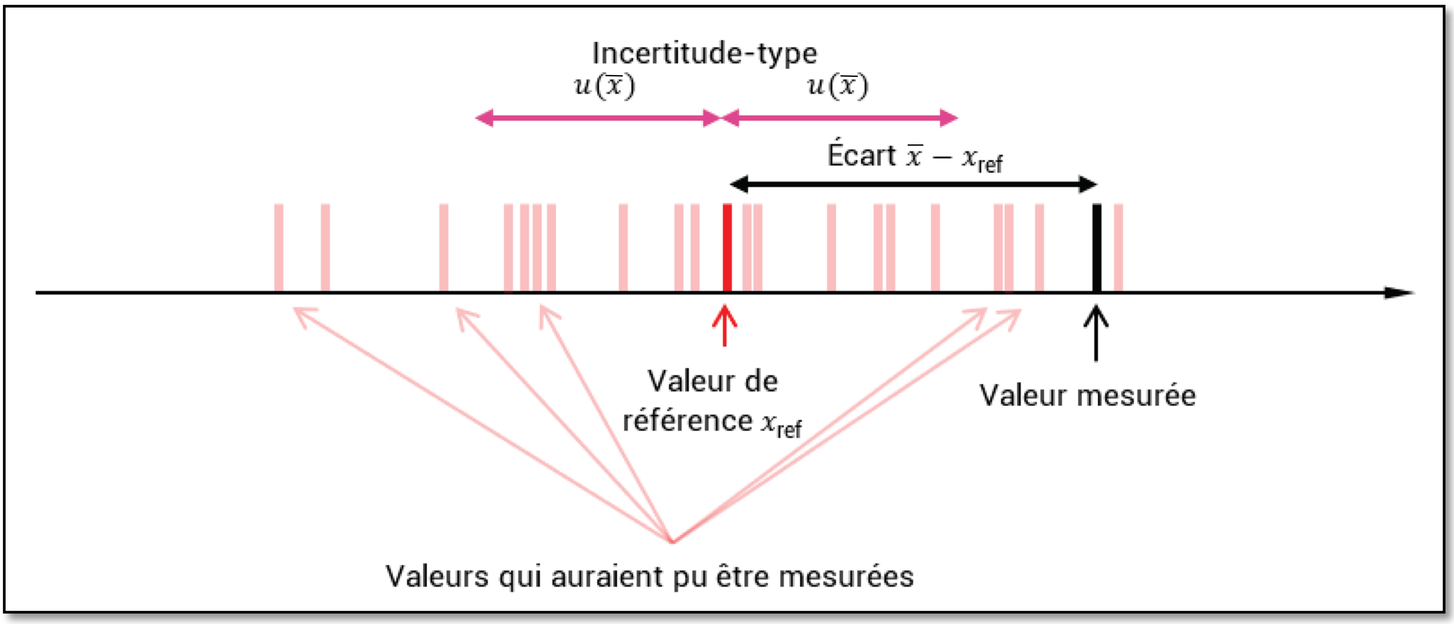
6. Comparaison à une valeur de référence

On appelle **valeur de référence x_{ref}** une valeur mesurée par une méthode de référence, c'est-à-dire une méthode scientifiquement jugée comme étant supérieure à toute autre. L'incertitude-type de la valeur de référence est supposée nulle.

On s'attend à ce que la **valeur de référence x_{ref}** ne coïncide pas exactement avec la valeur mesurée $\bar{x}$, mais ne s'en écarte pas plus que de quelques incertitudes-types. On définit l'**écart normalisé (ou z-score)** :

$$z = \frac{|\bar{x} - x_{ref}|}{u(\bar{x})}$$

L'écart normalisé (ou z-score) est donc le nombre d'incertitudes-types d'écart entre la valeur mesurée $\bar{x}$ et la valeur de référence x_{ref}. Il représente une évaluation de l'accord entre le résultat de mesure et la valeur de référence.



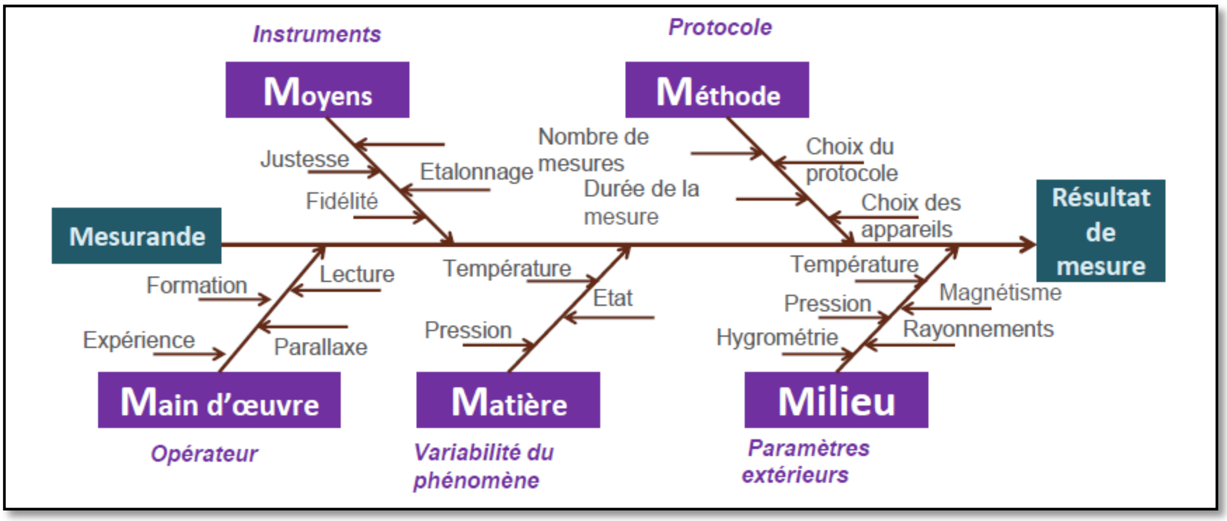
Lorsque z ≤ 2, on considère que le résultat de mesure est compatible avec la valeur de référence. Lorsque z>2, on considère qu'il ne l'est pas. Ce seuil à 2 est fixé par convention. On le retrouve dans de nombreux domaines scientifiques tels que la médecine, la pharmacie, la biologie, la psychologie, l'économie etc…

On rédige la conclusion de la manière suivante :

« La valeur mesurée $\overline{x}$ de X est compatible avec sa valeur de référence x_{ref} à $z \times u(\overline{x})$ près. »

Comment interpréter un z-score supérieur à 2 ?

- Il est possible **que l'incertitude-type ait été sous-estimée**, ou qu'une source d'incertitude ait été oubliée : il convient donc de réexaminer les choix qui ont mené à son évaluation (attention également à ne pas surestimer l'incertitude-type, cela peut conduire par erreur à un accord mesure/référence). La règle des 5M permet de répertorier les sources d'incertitudes lors d'une mesure :



- Il est possible que **l'expérience n'ait pas été correctement réalisée**.
- Il est possible que **la modélisation du phénomène observé ne corresponde pas aux conditions expérimentales**.

7. Comparaison de deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues

Supposons que l'on souhaite comparer deux valeurs mesurées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$ de la même grandeur X obtenues par deux méthodes différentes avec les incertitudes-types associées $u(\overline{x_1})$ et $u(\overline{x_2})$.

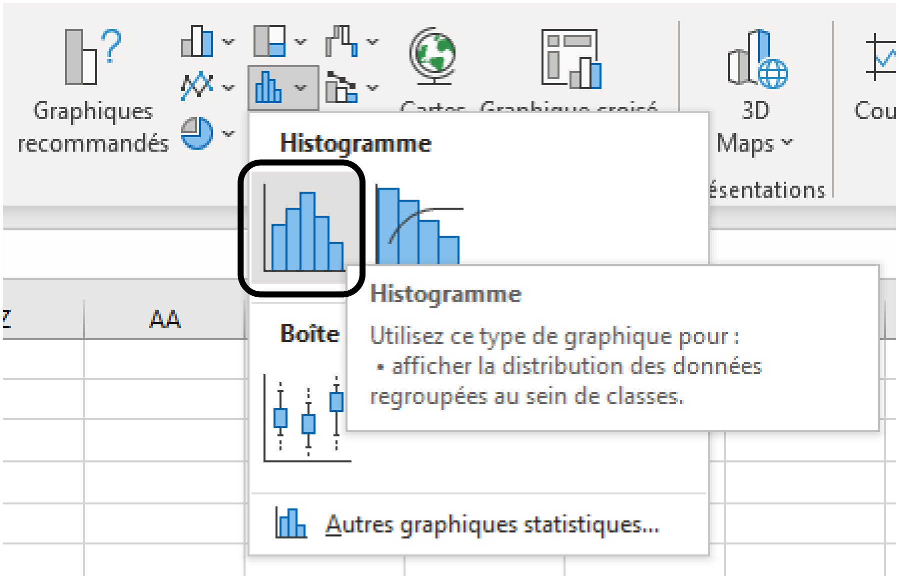
L'**écart normalisé (ou z-score)** est :

$$z = \frac{|\overline{x_1} - \overline{x_2}|}{\sqrt{u(\overline{x_1})^2 + u(\overline{x_2})^2}}$$

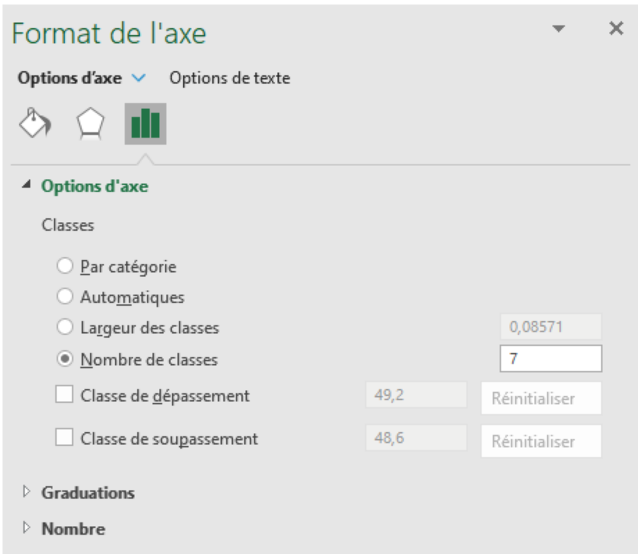
Le critère de compatibilité entre les deux valeurs reste le même que dans le paragraphe précédent. Si $z \leq 2$, on écrira : **« les deux mesures sont compatibles entre elles ».**

Annexe n°1 : tracer un histogramme

Avec Excel



Il est possible de changer le nombre de classes :



Avec Python

Pour l'exemple ci-dessus :

```
from matplotlib import pyplot
pyplot.hist(Table, range = (48.6, 49.2), bins = 7, color = 'green', edgecolor = 'black')
```

On précise le nombre de classes avec `bins`.
On peut demander à suivre la règle de Rice : `bins = 'rice'`

Annexe n°2 : calculer une moyenne et un écart-type

Avec Excel

`= MOYENNE(data)` ou `= AVERAGE(data)`

`= ECARTYPE(data)` ou `= STDEV(data)`

Avec Python

`= numpy.average(data)` ou `= numpy.mean(data)`

`= numpy.std(data, ddof=1)`

(on précise ddof=1 pour s'assurer que le calcul utilise bien le dénominateur N-1)