Fiche TP

Incertitudes de type B

Variabilité de la mesure d'une grandeur physique. Incertitude. Incertitude-type.	Identifier les incertitudes liées, par exemple, à l'opérateur, à l'environnement, aux instruments ou à la méthode de mesure. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Écriture du résultat d'une mesure.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.

Mesurer des grandeurs est une activité fondamentale dans les laboratoires de recherche scientifique et dans l'industrie. Toute validation théorique d'un phénomène (physique, biologique, chimique...) passe par la mesure fiable de ses effets. C'est aussi fondamental dans de nombreuses activités quotidiennes comme la pesée dans les commerces, les analyses biologiques, la mesure de vitesse avec un radar...

En Physique-Chimie, on appelle « mesure » une procédure expérimentale qui conduit à **attribuer un ensemble de valeurs numériques à une grandeur**. Le résultat d'une mesure décrit cet ensemble de valeurs en le complétant par des explications sur la manière dont elles ont été obtenues.

1. Variabilité de la mesure d'une grandeur physique

La mesure est intrinsèquement variable. Cette variabilité rend impossible la connaissance précise de la valeur de la grandeur que l'on veut mesurer. Il s'agit alors de trouver le meilleur estimateur de cette grandeur.

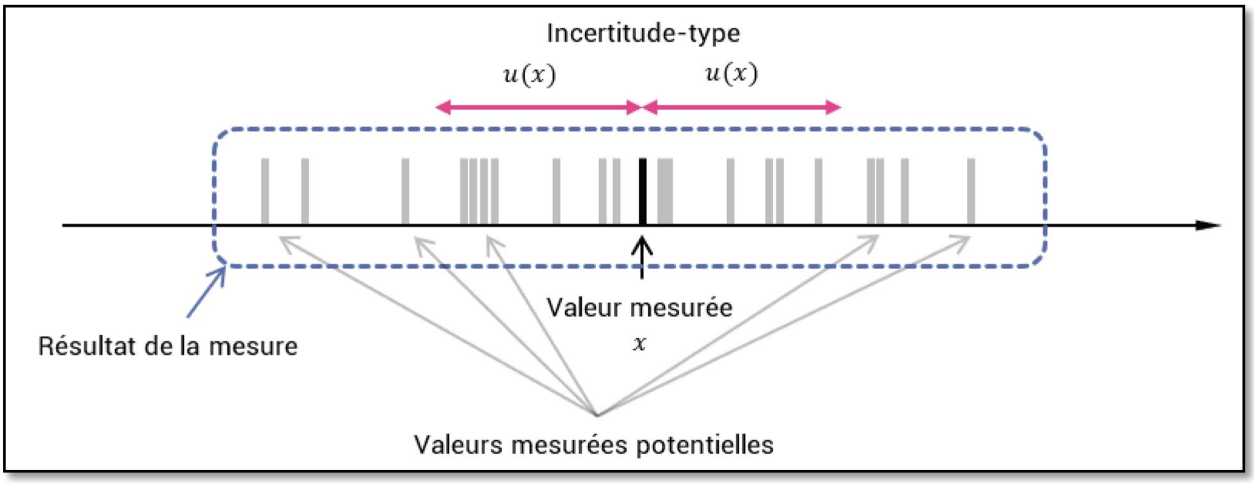
On se place ici dans le cas où l'on ne peut réaliser qu'**une seule observation** (une seule valeur de mesure est obtenue) :

- ☞ Il n'est pas matériellement possible, ou souhaité, de reproduire le processus de mesure ;
- ☞ L'expérience n'a pas de variabilité observable : en reproduisant la mesure, on retrouve systématiquement le même résultat. Cette absence de variabilité observée n'implique pas une absence de variabilité. Cela signifie simplement qu'avec l'appareil de mesure choisi, la variabilité est plus faible que la précision de la mesure.

La difficulté dans ce cas est de retrouver la variabilité intrinsèque à la mesure. Il faut estimer théoriquement la variabilité de la mesure sans l'avoir observée.

2. Valeur mesurée et incertitude-type

L'unique **valeur mesurée** x obtenue est la meilleure estimation possible de la grandeur X mesurée. L'**incertitude-type** $u(x)$ quantifie la variabilité potentielle de la valeur mesurée x. Elle prend en compte les différentes sources d'incertitudes.



Pour évaluer l'incertitude-type associée à une unique valeur mesurée, on doit choisir une loi de probabilité. **L'incertitude-type $u(x)$ s'identifie alors à l'écart-type de la distribution choisie**.

$$u(x) = s_x$$

3. Évaluation de l'incertitude-type $u(x)$ par une autre approche que statistique (type B)

Dans de très rares cas, le constructeur indique directement, dans la notice de l'appareil de mesure utilisé, l'incertitude-type $u(x)$ associée à la valeur mesurée x. On suppose alors que la distribution sous-jacente est normale (gaussienne).

Il arrive que le constructeur indique, dans la notice de l'appareil de mesure utilisé, une « précision » ou une « tolérance », que l'on notera Δ. On choisit alors de **borner le résultat de mesure dans l'intervalle de demi-étendue Δ, centré sur la valeur mesurée x**. On suppose que la distribution sous-jacente est uniforme dans cet intervalle. L'incertitude-type $u(x)$ est l'écart-type de cette distribution uniforme :

$$u(x) = s_x = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

Si on n'a aucune information dans la notice de l'appareil de mesure utilisé, il faut faire une **estimation de la demi-étendue Δ** pour définir l'intervalle au sein duquel on est raisonnablement certain que le résultat de mesure se trouve. Il faut, pour cela, tenir compte des conditions expérimentales et de toutes les difficultés de mesures. Ce jugement scientifique fait appel à l'expertise de l'expérimentateur. C'est une compétence qui s'acquiert par la pratique. Il y a une part importante de subjectivité dans l'évaluation raisonnable de la demi-étendue Δ. Il faut **expliquer la démarche** qui a mené à cette évaluation.

Comment présenter le résultat de mesure ?

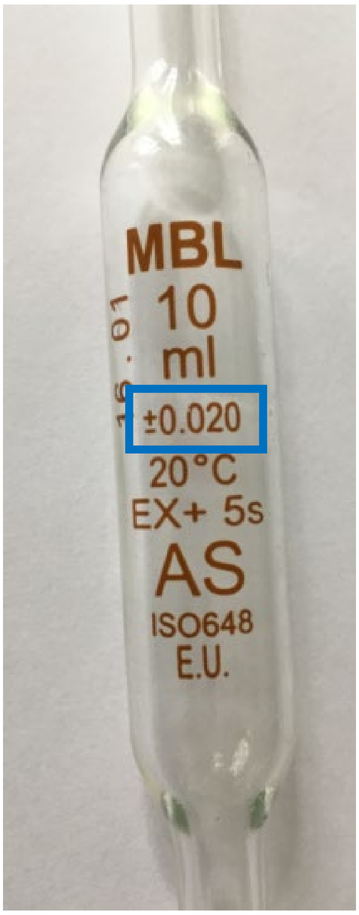
4. Écriture du résultat et chiffres significatifs

Un résultat de mesure doit inclure :

- La valeur mesurée x en précisant **l'unité appropriée**.
- L'incertitude-type $u(x)$ associée en utilisant la même puissance de 10 que celle de la valeur mesurée x, et évidemment la même unité. **On conserve 2 chiffres significatifs pour l'incertitude-type $u(x)$. On adapte alors le nombre de chiffres significatifs de la valeur mesurée x.**
- Idéalement, des informations concernant l'obtention des deux grandeurs précédentes, comme la méthode utilisée pour l'évaluation de la demi-étendue Δ, etc.

5. Exemples

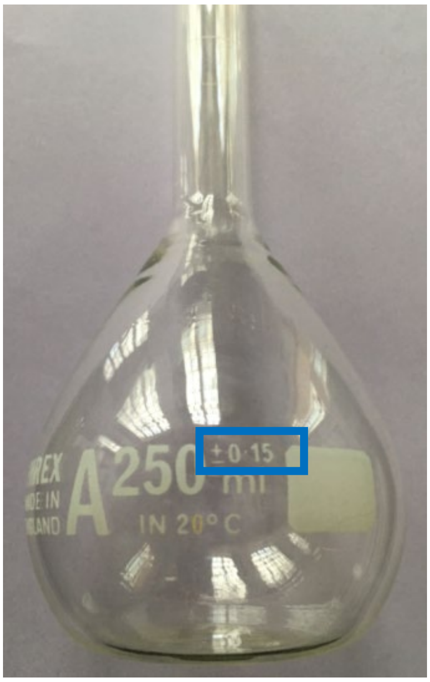
- Cas d'une pipette jaugée de 10 mL



$$V = 10{,}000 \text{ mL}$$

$$u(V) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}020}{\sqrt{3}} = 0{,}012 \text{ mL}$$

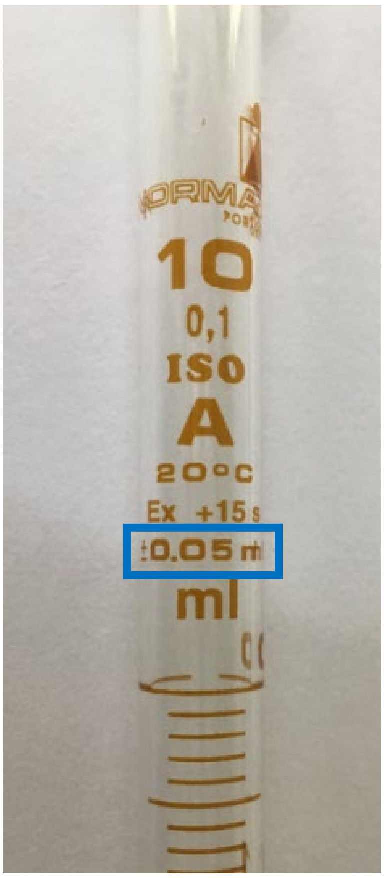
- Cas d'une fiole jaugée de 250 mL



$$V = 250{,}000 \text{ mL}$$

$$u(V) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}15}{\sqrt{3}} = 0{,}087 \text{ mL}$$

- Cas d'une pipette graduée de 10 mL



Par exemple :

$$V = 4{,}850 \text{ mL}$$

$$u(V) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}05}{\sqrt{3}} = 0{,}029 \text{ mL}$$

- Cas d’une éprouvette graduée de 100 mL

Par exemple :

$V = 64{,}50 \text{ mL}$

$$u(V) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{1{,}00}{\sqrt{3}} = 0{,}58 \text{ mL}$$

- Cas de la pesée

Caractéristiques techniques :

Plateau : Ø 82 mm = plateau en plastique avec peinture antistatique. Chambre de protection, espace de pesée Ø H 96 x 35 mm disponible en option).

Dimension du boîtier (L x H x P) : 170 x 240 x 39 ou 54 mm selon le modèle.

Plus de détails voir plaquette téléchargeable (voir documentation).

Calibrage	Externe
Matériau plateau(x)	Plastique
Modèle	200 g / 0.01 g
Portée	200 g
Précision	0,01 g
Plateau de pesée	Ø 105 mm
Affichage	LCD ; 15 mm
Alimentation	Piles (fournies) Adaptateur secteur (à commander séparément)

Par exemple :

$m = 18{,}4600 \text{ g}$

$$u(m) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}01}{\sqrt{3}} = 0{,}0058 \text{ g}$$

- Cas de la masse molaire de $NaOH_{(s)}$

Propriétés chimiques	
Formule brute	NaOH
Masse molaire[2]	39,9971 ± 0,0004 g/mol H 2,52 %, Na 57,48 %, O 40 %,
pKa	base forte

https://fr.wikipedia.org/

$$M = 39{,}99710\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$$

$$u(M) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}0004}{\sqrt{3}} = 0{,}00023\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$$

- Cas de la concentration en quantité de matière d'HCl décimolaire

Caractéristiques	
Volumetric solution in accordance to the chapter reagents of the Pharmacopoeia (Ph Eur, USP).	
Form	liquid
Amount-of-substance concentration	$\boxed{0.0995\text{-}0.1005}$
Measurement uncertainty	+/- 0.0003
Traceability	NIST SRM
The concentration is determined by volumetric titration and refers to 20°C. The certified value is traceable to a primary standard from the National Institute of Standards and Technology USA (NIST SRM 723 Trishydroxymethylaminomethane) by means of volumetric standard Trishydroxymethylaminomethane (Art. 1.02408), certified by the accredited calibration laboratory of Merck KGaA, Darmstadt, Germany according to DIN EN ISO 17025. The uncertainty is expressed as expanded measurement uncertainty with a coverage factor k=2 covering a confidence level of 95%.	

$$c = 0{,}10000\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

$$u(x) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}0005}{\sqrt{3}} = 0{,}00029\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

- Cas du volume équivalent d'un titrage (détection par indicateur coloré)

Ce qui compte, ce n'est pas la valeur de l'incertitude-type obtenue, mais les explications des choix effectués…

Préparation de la burette graduée (« zéro »)

Lecture du volume équivalent

$$u(V_{burette}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}05}{\sqrt{3}} = 0{,}029\ \mathrm{mL}$$

Difficultés pour détecter le changement de couleur (à n gouttes près)

$$V_{goutte} = 0{,}05\ \mathrm{mL}$$

Par exemple

$$V_{eq} = 16{,}40\ \mathrm{mL}$$

On choisit de prendre pour un titrage à la goutte

$$u(V_{eq}) = 0{,}10\ \mathrm{mL}$$

On choisit de prendre pour un titrage à 3 gouttes près

$$u(V_{eq}) = 0{,}20\ \mathrm{mL}$$

Annexe n°1 : Étude de deux distributions (Python)

Cas d'une distribution normale (gaussienne)

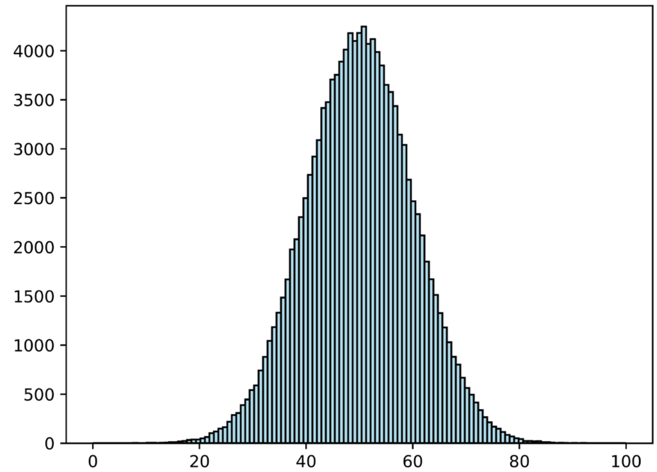
On considère ici une distribution suivant la loi normale d'espérance $E = 50$ et d'écart-type $s_x = 10$.

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot

nb=125000  #nombre de tirages
E=50       #esperance
s=10       #ecart-type
mini=E-5*s #abscisse minimale du graphique
maxi=E+5*s #abscisse maximale du graphique

TirageNormale=np.random.normal(E,s,nb)

pyplot.hist(TirageNormale,
range = (mini, maxi), bins = 'rice',
color = 'lightblue', edgecolor = 'black')
```



Cas d'une distribution uniforme

On considère ici une distribution suivant la loi uniforme de moyenne $m = 50$ et de demi-étendue $\Delta = 17{,}32$.

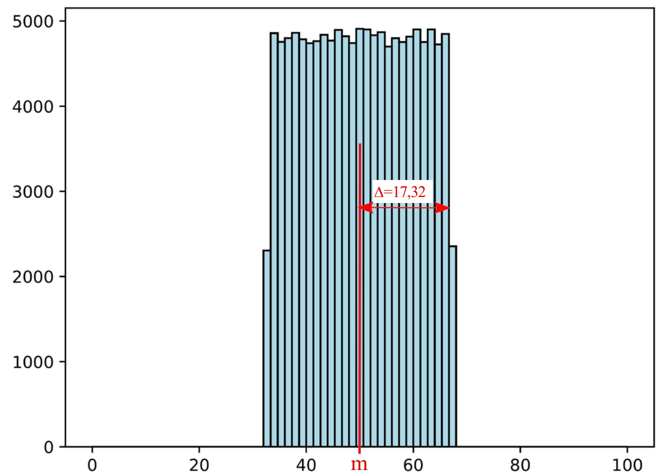
```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot

nb=125000  #nombre de tirages
m=50       #moyenne
D=17.32    #demi-étendue
#D=10*sqrt(3) pour la démonstration
#On reprend la même échelle que le graphique
précédent : on ne redéfinit pas mini et maxi

TirageUniforme=np.random.uniform(m-D,m+D,nb)

pyplot.hist(TirageUniforme,
range = (mini, maxi), bins = 75,
color = 'lightblue', edgecolor = 'black')

#Affichage de la moyenne de la distribution
print('Moyenne = ',np.average(TirageUniforme))
#Affichage de l'écart-type de la distribution
print('Ecart-type = ',np.std(TirageUniforme,
ddof=1))
```



Affichage dans la console Python :

```
In [4]: runfile('J:/Incertitudes/Distributions.py', wdir='J:/Incertitudes')
Moyenne =  50.000503186542375
Ecart-type =  10.016781103183463
```

L'**écart-type s_x d'une distribution uniforme de demi-étendue Δ** est bien :

$$s_x = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

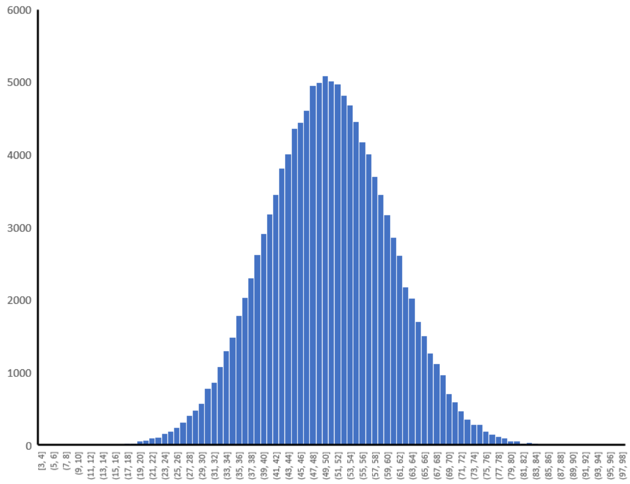
Annexe n°2 : Étude de deux distributions (Excel)

Cas d'une distribution normale (gaussienne)

On considère ici une distribution suivant la loi normale d'espérance $E = 50$ et d'écart-type $s_x = 10$.

```
125000 lignes

=LOI.NORMALE.INVERSE(ALEA();50;10)
```



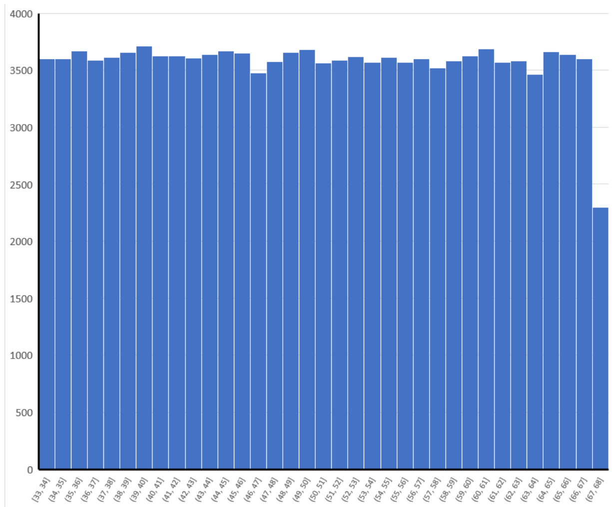
Cas d'une distribution uniforme

On considère ici une distribution suivant la loi uniforme de moyenne $m = 50$ et de demi-étendue $\Delta = 17{,}32$.

```
125000 lignes

=50+17,32*(2*ALEA()-1)
#Δ=10*sqrt(3) pour la démonstration


#Affichage de la moyenne de la distribution
=MOYENNE(C2:C125001)
#Affichage de l'écart-type de la distribution
=ECARTYPE(C2:C125001)
```



Affichage dans la feuille excel :

moyenne	50,0267369
ecartype	10,0044768

L'**écart-type s_x d'une distribution uniforme de demi-étendue** Δ est bien :

$$s_x = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$