

## Programme de colles – Semaine 20 – du 24/03 au 28/03

**Calcul différentiel**

- Fonctions de plusieurs variables
  - Dérivée en un point selon un vecteur. Dérivées partielles d'ordre 1. Fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ . Opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ . Une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\Omega$  admet en tout point  $a$  de  $\Omega$  un développement limité d'ordre 1. Une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  est continue. Différentielle de  $f$  en  $a$ .
  - Règle de la chaîne. Dérivée de  $t \mapsto f(x_1(t), \dots, x_p(t))$ . Application au calcul des dérivées partielles de  $(u_1, \dots, u_n) \mapsto f(x_1(u_1, \dots, u_n), \dots, x_p(u_1, \dots, u_n))$ . Cas particulier des coordonnées polaires. Caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert convexe.
  - Gradient d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ . Relation  $df(a) \cdot h = \langle \nabla f(a), h \rangle$ .
  - Dérivées partielles d'ordre 2. Fonction de classe  $\mathcal{C}^2$ . Théorème de Schwarz (admis). Matrice hessienne. Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 (admis).
  - Point critique d'une application de classe  $\mathcal{C}^1$ . Si une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  sur un ouvert de  $\mathbb{R}^p$  admet un extremum local en un point  $a$ , alors  $a$  est un point critique. Utilisation du spectre de  $H_f(a)$  pour étudier un point critique. Cas particulier de  $p = 2$  avec la trace et le déterminant. Recherche d'extremums locaux et globaux.

**Suites et séries de fonctions intégrables**

- Théorème de convergence dominée
- Théorème d'intégration terme à terme

*Note aux colleurs :* Pour l'application pratique des énoncés de ce paragraphe, on vérifie les hypothèses de convergence simple et de domination (resp. convergence de la série des intégrales), sans expliciter celles relatives à la continuité par morceaux.