

Programme de colles – Semaine 12 – du 15/12 au 19/12

Séries de fonctions**Modes de convergence d'une série de fonctions**

- Convergence simple, convergence uniforme, convergence normale d'une série de fonctions.
- La convergence normale entraîne la convergence uniforme.

Régularité de la somme d'une série de fonctions

- Continuité de la somme.
- Théorème de la double limite
- Intégration de la somme d'une série de fonctions sur un segment
- Dérivation de la somme d'une série de fonctions.
- Extension aux fonctions de classe \mathcal{C}^k .

Équations différentielles – Révisions de PCSI

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients continus
 - Résolution d'une équation homogène
 - Méthode de variation de la constante
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants
 - Résolution de l'équation homogène
 - Détermination d'une solution particulière dans le cas d'un second membre polynôme, de la forme $x \mapsto Ae^{\lambda x}$, $x \mapsto B \cos(\omega x)$ ou $x \mapsto B \sin(\omega x)$.

Séries entières**Rayon de convergence**

- Lemme d'Abel
- Rayon de convergence. Disque ouvert de convergence. Intervalle ouvert de convergence.
- Convergence absolue dans le disque (ou intervalle) ouvert de convergence.
- $R(\sum n^\alpha x^n) = 1$
- Si $a_n = O(b_n)$, alors $R_b \leq R_a$. Si $a_n \sim b_n$, alors $R_b = R_a$.
- Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont le même rayon de convergence.
- Utilisation de la règle de d'Alembert.
- Rayon de convergence de la somme et du produit de Cauchy de deux séries entières.

Régularité de la somme

- Convergence normale d'une série entière d'une variable réelle sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.