

Programme de colles – Semaine 20 – du 23/03 au 27/03

Calcul différentiel

- Dérivabilité des fonctions vectorielles
 - Dérivabilité en un point. Dérivabilité sur un intervalle. Définition par le taux d'accroissement, caractérisation par le développement limité d'ordre un. Traduction par les coordonnées dans la base canonique. Interprétation cinématique.
 - Combinaison linéaire de fonctions dérivables. Dérivée de $L(f)$, où L est linéaire et f à valeurs dans \mathbb{R}^n .
Dérivée de $B(f, g)$, où B est bilinéaire, de $M(f_1, \dots, f_p)$, où M est p -linéaire, et f, g, f_1, \dots, f_p à valeurs vectorielles. Application au produit scalaire et au déterminant. Dérivée de $f \circ \varphi$ où φ est à valeurs réelles et f à valeurs vectorielles.
 - Fonction de classe \mathcal{C}^k , de classe \mathcal{C}^∞ sur un intervalle.
- Fonctions de plusieurs variables
 - Dérivée en un point selon un vecteur. Dérivées partielles d'ordre 1. Fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Opérations sur les fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur Ω admet en tout point a de Ω un développement limité d'ordre 1. Une fonction de classe \mathcal{C}^1 est continue. Différentielle de f en a .
 - Règle de la chaîne. Dérivée de $t \mapsto f(x_1(t), \dots, x_p(t))$. Application au calcul des dérivées partielles de $(u_1, \dots, u_n) \mapsto f(x_1(u_1, \dots, u_n), \dots, x_p(u_1, \dots, u_n))$. Cas particulier des coordonnées polaires. Caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert convexe.
 - Gradient d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 . Relation $df(a) \cdot h = \langle \nabla f(a), h \rangle$.
 - Dérivées partielles d'ordre 2. Fonction de classe \mathcal{C}^2 . Théorème de Schwarz (admis). Matrice hessienne. Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 (admis).
 - Point critique d'une application de classe \mathcal{C}^1 . Si une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert de \mathbb{R}^p admet un extremum local en un point a , alors a est un point critique. Utilisation du spectre de $H_f(a)$ pour étudier un point critique. Cas particulier de $p = 2$ avec la trace et le déterminant. Recherche d'extremums locaux et globaux.

Suites et séries de fonctions intégrables

- Théorème de convergence dominée
- Théorème d'intégration terme à terme

Note aux colleurs : Pour l'application pratique des énoncés de ce paragraphe, on vérifie les hypothèses de convergence simple et de domination (resp. convergence de la série des intégrales), sans expliciter celles relatives à la continuité par morceaux.

Intégrales à paramètre

— Théorème de continuité. Domination sur tout segment ou sur d'autres intervalles adaptés à la situation.

Note aux colleurs : Pour l'application pratique des énoncés de ce paragraphe, on vérifie les hypothèses de régularité par rapport à x et de domination, sans expliciter celles relatives à la continuité par morceaux par rapport à t .