

Programme de colles – Semaine 3 – du 28/09 au 02/10

Chaque colle débutera par la démonstration de l'intégrabilité d'une des fonctions de référence : $\ln$ en 0, $t \mapsto \frac{1}{t^\alpha}$ en 0, $t \mapsto \frac{1}{t^\alpha}$ en $+\infty$ ou $t \mapsto e^{-\alpha t}$ en $+\infty$.

Intégration**Intégrales généralisées**

- Définition de l'intégrale d'une fonction c.p.m. sur un intervalle de type $[a, b]$, $]a, b]$ ou $]a, b[$.
- Intégrales faussement impropres
- Propriétés : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.
- Intégration par parties sur un intervalle quelconque
- Changement de variable

Intégrabilité

- Intégrale absolument convergente. Fonction intégrable.
- La convergence absolue implique la convergence
- Inégalité triangulaire
- Espace vectoriel $\mathcal{L}^1(I, \mathbb{K})$
- Si f continue, intégrable et positive sur I , et si $\int_I f(t)dt = 0$ alors f est identiquement nulle sur I
- Théorèmes de comparaison pour les fonctions cpm et intégrables ($|f| \leq |g|$, $f = O(g)$, $f \sim g$)
- Fonctions intégrables de référence : $\ln$ en 0, $t \mapsto \frac{1}{t^\alpha}$ en $+\infty$ et 0^+ , $t \mapsto e^{-\alpha t}$ en $+\infty$.

Les résultats relatifs à l'intégrabilité de $x \mapsto \frac{1}{|x-a|^\alpha}$ en a peuvent être directement utilisés. Plus généralement, les étudiants doivent savoir que la fonction $x \mapsto f(x)$ est intégrable en a^+ (resp. en b^-) si $t \mapsto f(a+t)$ (resp. $t \mapsto f(b-t)$) l'est en 0^+ .

Révisions d'algèbre linéaire de PCSI

- Calcul matriciel
- Espaces vectoriels
- Dimension finie
- Applications linéaires

Note aux colleurs : Pas encore de représentation matricielle des applications linéaires, de projections/symétries ou de déterminants.