Programme de colles – Semaine 6 – du 02/11 au 06/11

Révisions de PCSI : Suites numériques

Monotonie d'une suite, cas des suites récurrentes d'ordre 1. Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre 2. Limites, opérations sur les limites, stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Théorèmes d'existence d'une limite : encadrement, majoration, minoration, th. de la limite monotone, th. des suites adjacentes. Suites extraites. Suites complexes.

Séries numériques

Révisions de PCSI

- Séries. Sommes partielles, convergence, divergence. En cas de convergence : somme et restes.
- Linéarité de la somme.
- Si $\sum u_n$ converge, $u_n \to 0$. Divergence grossière.
- Séries télescopiques (lien suite-série). Séries géométriques (sommes partielles, CNS de convergence, somme en cas de convergence). Séries de Riemann (CNS de convergence).
- Théorèmes de comparaison pour les séries à termes positifs : par $\leq$ et par $\sim$.
- Méthode des rectangles pour encadrer les sommes partielles de $\sum f(n)$ pour f continue et monotone.
- Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes. La convergence absolue implique la convergence. Inégalité triangulaire.
- Théorème de comparaison par O (ou o) pour les séries absolument convergentes.

Compléments

- Règle de d'Alembert
- Formule de Stirling
- Théorème spécial des séries alternées. Majoration et signe du reste.
- Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.

Révisions de PCSI : Dénombrement.

Cardinal d'un ensemble fini. Opérations sur les cardinaux. Nombre de p-listes (d'éléments distincts ou non), de permutations, de sous-ensembles, de sous-ensembles de cardinal p...d'un ensemble de cardinal n.

Espaces probabilisés

- Ensemble dénombrable. Ensemble au plus dénombrable. Description en extension sous la forme $\{x_i, i \in I\}$. Sont dénombrables : $\mathbb{Z}$, un produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles dénombrables, une union au plus dénombrable d'ensembles dénombrables. Une partie d'un ensemble dénombrable est au plus dénombrable.

— Famille sommable d'éléments de $[0, +\infty]$ ou de $\mathbb{C}$. Croissance, linéarité, sommation par paquets, théorème de Fubini, produit de deux sommes.

— Univers. Tribu. Définition, stabilité par intersection dénombrable. Espace probabilisable. Evénements.

— Probabilité, σ-additivité. Espace probabilisé.

Note aux colleurs :

— Les notions de sommabilité et de dénombrabilité ne feront l'objet d'aucune évaluation spécifique, et leur usage est strictement réservé au contexte probabiliste. La notion de tribu n'appelle aucun autre développement que sa définition.