Programme de colles – Semaine 1 – du 18/09 au 22/09

Chaque colle comportera un calcul (sans technicité excessive) de développement limité. Tout développement limité usuel non su entraînera une note<10.

Révisions de PCSI : Fonctions, limites, continuité, dérivabilité, analyse asymptotique

- Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes (étude de fonctions, fonctions usuelles)
- Limites et continuité (définitions formelles des limites et de la continuité, stabilité des inégalités larges par passage à la limite, théorèmes d'encadrement / minoration / majoration, théorème de la limite monotone, théorème des valeurs intermédiaires, théorème des bornes atteintes, théorème de la bijection)
- Dérivabilité (définition de la dérivée, dérivées d'une composée, d'une réciproque, CN d'extremum en un point intérieur, théorème de Rolle, égalité des accroissements finis, inégalité des accroissements finis, théorème de la limite de la dérivée, formule de Leibniz)
- Convexité (définition, position du graphe par rapport à ses sécantes et à ses tangentes, caractérisation par la dérivée seconde)
- Analyse asymptotique (o, O, $\sim$, développements limités usuels, formule de Taylor-Young)

Révisions de PCSI : Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Propriétés de l'intégrale : linéarité, positivité, croissance, $|\int f| \leq \int |f|$. Relation de Chasles. Sommes de Riemann. Formule de Taylor avec reste intégral. Inégalité de Tayor-Lagragne. Intégration par parties. Changement de variable

Intégration

Fonctions continues par morceaux

- Fonctions continues par morceaux sur un segment, sur un intervalle.
- Intégrale sur un segment d'une fonction continue par morceaux.

Intégrales généralisées

- Définition de l'intégrale d'une fonction c.p.m. sur un intervalle de type $[a, b[$, $]a, b]$ ou $]a, b[$.
- Intégrales faussement impropres
- Propriétés : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.
- Intégration par parties sur un intervalle quelconque
- Changement de variable

Intégrabilité

- Intégrale absolument convergente. Fonction intégrable.
- La convergence absolue implique la convergence
- Inégalité triangulaire
- Espace vectoriel $\mathcal{L}^1(I, \mathbb{K})$
- Si f continue, intégrable et positive sur I, et si $\int_I f(t)\mathrm{d}t = 0$ alors f est identiquement nulle sur I

Note aux colleurs : Il n'y a pas encore les théorèmes de comparaison et les intégrales de référence au programme. Il est un peu tôt cette semaine pour attaquer des exercices de convergence d'intégrales, hors retour à la définition.