

## Programme de colles – Semaine 3 – du 02/10 au 06/10

**Intégrales généralisées**

- Définition de l'intégrale d'une fonction c.p.m. sur un intervalle de type  $[a, b[$ ,  $]a, b]$  ou  $]a, b[$ .
- Intégrales faussement impropres
- Propriétés : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.
- Intégration par parties sur un intervalle quelconque
- Changement de variable

**Intégrabilité**

- Intégrale absolument convergente. Fonction intégrable.
- La convergence absolue implique la convergence
- Inégalité triangulaire
- Espace vectoriel  $\mathcal{L}^1(I, \mathbb{K})$
- Si  $f$  continue, intégrable et positive sur  $I$ , et si  $\int_I f(t)dt = 0$  alors  $f$  est identiquement nulle sur  $I$
- Théorèmes de comparaison pour les fonctions cpm et intégrables ( $|f| \leq |g|$ ,  $f = O(g)$ ,  $f \sim g$ )
- Fonctions intégrables de référence :  $\ln$  en  $0$ ,  $t \mapsto \frac{1}{t^\alpha}$  en  $+\infty$  et  $0^+$ ,  $t \mapsto e^{-at}$  en  $+\infty$ .

*Les résultats relatifs à l'intégrabilité de  $x \mapsto \frac{1}{|x-a|^\alpha}$  en  $a$  peuvent être directement utilisés. Plus généralement, les étudiants doivent savoir que la fonction  $x \mapsto f(x)$  est intégrable en  $a^+$  (resp. en  $b^-$ ) si  $t \mapsto f(a+t)$  (resp.  $t \mapsto f(b-t)$ ) l'est en  $0^+$ .*

**Révisions d'algèbre linéaire de PCSI**

- Calcul matriciel
- Espaces vectoriels
- Dimension finie
- Applications linéaires
- Représentation matricielle des applications linéaires
- Endomorphismes remarquables (homothéties, projections, symétries)
- Déterminants