

1 Algèbre

Polynômes : degré d'un polynôme, degrés étagés, racines simples et multiples, relations entre coefficients et racines pour un polynôme scindé (somme et produit des racines seulement), polynômes irréductibles, cas des polynômes réels et complexes.

Polynômes interpolateurs de Lagrange, formule du binôme et application au calcul des polynômes de Tchebychev.

Questions de cours :

- Énoncé des formules donnant, pour $P(X) = a_n X^n + \dots + a_0$ un polynôme scindé de racines $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ (non supposées 2 à 2 distinctes) les expressions de $\sum \lambda_k$ et $\prod \lambda_k$ en fonction des coefficients du polynôme P .
- Étant donnés $(a_0, \dots, a_n)$ éléments de $\mathbb{K}$ deux à deux distincts, explicitation des polynômes $L_0, \dots, L_n$ tels que pour tout (i, j) , $L_i(a_j) = \delta_{i,j}$ et expression du polynôme interpolateur de Lagrange relatif aux points (a_k, b_k) à l'aide des L_k .

2 Révision d'analyse :

Suites de réels. Convergence, limite. Séries de termes positifs. Comparaison série-intégrale.

Séries absolument convergentes, critère de Riemann. Règle de d'Alembert.

Séries alternées, produit de Cauchy de séries absolument convergentes.

- Séries géométriques (proposition 33) condition nécessaire et suffisante de convergence et somme éventuelle (énoncé et démonstration)
- Lemme 37 (encadrement de $\sum_{k=0}^n f(k)$ par des intégrales)
- Critère spécial des séries alternées (énoncé seul, mais complet, avec signe et majoration du reste)

3 Intégration (pas encore les intégrales généralisées)

Notions de subdivision, définition des fonctions en escalier et continues par morceaux.

Intégrale des fonctions en escalier sur un segment. Rappel des résultats de première année et extension aux fonctions continues par morceaux. Positivité, changement de variable, intégration par parties.

- Exercice-type : On suppose I et J des intervalles, $f : I \rightarrow \mathbb{K}$ continue, $u : J \rightarrow I$ et $v : J \rightarrow I$ des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$, alors montrer que $x \in J \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$ est de classe $\mathcal{C}^1$ et en préciser la dérivée.