

## DEVOIR DE RÉDACTION

### L'arc-en-ciel

*Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.*

*Travailler avec le cours et les exercices de travaux dirigés ouverts sous les yeux est chaudement recommandé : un devoir de rédaction est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, n'hésitez pas à me contacter ou à venir me poser des questions à la fin d'une séance.*



**Ce devoir sera ramassé le 3 novembre.**

Un arc-en-ciel est un phénomène météorologique qui apparaît lorsqu'un observateur regarde en direction d'un rideau de pluie lointain éclairé à contre-jour par le Soleil. Il s'agit d'un arc multicolore dont les extrémités se perdent à l'horizon.



Photographie d'un arc-en-ciel.

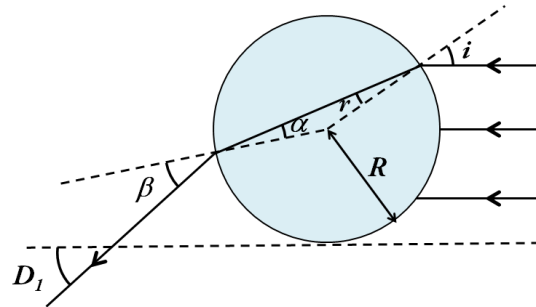
Chaque goutte d'eau du rideau de pluie illuminé constitue une sphère réceptionnant un faisceau parallèle de rayons lumineux. On recherche les conditions pour que la lumière émergente, issue d'une goutte d'eau, se présente sous forme d'un faisceau parallèle<sup>1</sup>. Pour cela, on fait intervenir l'angle de déviation  $D$  de la lumière à travers la goutte d'eau, mesuré entre le rayon émergent et le rayon incident. Cet angle  $D$  est une fonction de l'angle d'incidence  $i$ . On admettra que la condition de parallélisme des rayons émergents se traduit mathématiquement par l'annulation de la dérivée de  $D$  par rapport à  $i$  :

$$\frac{dD}{di} = 0$$

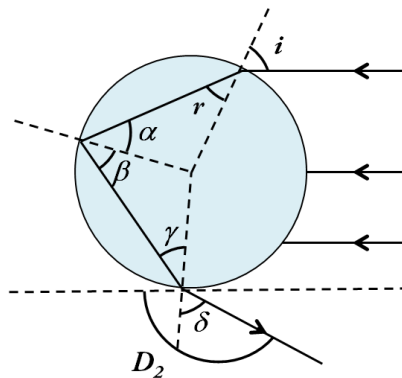
1. Donner les lois de Snell-Descartes associées au phénomène de réfraction pour un rayon lumineux passant de l'air (supposé d'indice unité) vers un milieu d'indice  $n$ . On notera  $i$  l'angle d'incidence et  $r$  l'angle de réfraction.
2. Exprimer la dérivée  $\frac{dr}{di}$  exclusivement en fonction de l'indice  $n$  et du sinus de l'angle d'incidence  $i$ .
3. Une goutte d'eau quelconque, représentée par une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$ , est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables, comprises entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Son indice, pour une radiation de longueur d'onde dans le vide donnée, sera noté  $n$ . L'indice de l'air sera considéré comme égal à l'unité. Répondre aux trois questions intermédiaires ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) pour chacun des trois cas présentés ci-après.

1. Cette condition assure d'avoir une intensité lumineuse maximale et de rendre le phénomène observable à l'œil.

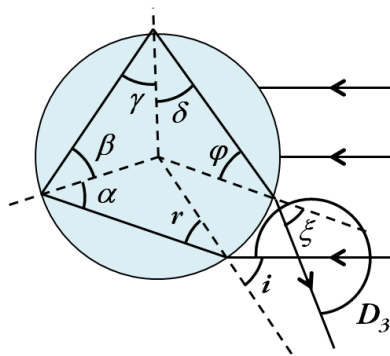
— *Premier cas* : lumière directement transmise.



— *Deuxième cas* : lumière transmise après une réflexion partielle à l'intérieur de la goutte.



— *Troisième cas* : lumière transmise après deux réflexions à l'intérieur de la goutte.



- Exprimer tous les angles marqués d'une lettre grecque en fonction de l'angle d'incidence  $i$  ou de l'angle de réfraction  $r$ .
- En déduire l'angle de déviation  $D$  en fonction des angles  $i$  et  $r$ .
- Rechercher ensuite, si elle existe, une condition d'émergence d'un faisceau parallèle, exprimée par une relation entre le sinus de l'angle d'incidence  $i$  et l'indice  $n$  de l'eau.

Une personne se trouve face à un rideau de pluie, et observe le ciel en tournant le dos au Soleil, qui est assez bas sur l'horizon.

4. Montrer qu'elle ne pourra observer la lumière transmise que si la goutte se trouve sur deux cônes d'axes confondus avec la direction solaire et de demi-angles au sommet  $\theta_2$  et  $\theta_3$ . Exprimer ces deux angles en fonction de  $D_2$  et  $D_3$ .

5. Les angles  $\theta_2$  et  $\theta_3$  dépendant de l'indice  $n$  de l'eau, on observe une séparation des couleurs due au fait que cet indice varie en fonction de la longueur d'onde dans le vide de la radiation lumineuse. Calculer ces angles pour un rayon lumineux rouge ( $n_{\text{rouge}} = 1,3317$ ) et pour un rayon violet ( $n_{\text{violet}} = 1,3348$ ).

6. Dessiner les deux arcs-en-ciel qui apparaissent dans le champ de vision de la personne, en notant les positions respectives des arcs rouge et violet sur chacun d'eux.

7. Justifier que l'arc inférieur, appelé arc primaire, est bien plus lumineux que l'arc supérieur, appelé arc secondaire.

8. Déterminer l'altitude des sommets des arcs violet et rouge des arcs primaire et secondaire lorsque la personne se trouve à 1 km du rideau de pluie, puis lorsqu'elle se trouve à 500 m du rideau de pluie.

**Bonus.** Décrire qualitativement l'impact de la taille des gouttes sur la perception visuelle d'un arc-en-ciel. En déduire à quoi pourrait ressembler un arc-en-ciel formé par la présence d'un rideau de brouillard, dont les gouttelettes sont de dimensions extrêmement petites ( $10^{-5} - 10^{-4}$  m) par rapport aux gouttes de pluie ( $10^{-3}$  m).

- Fin de l'énoncé -



### Le saviez-vous ?

La bande séparant les arcs primaire et secondaire d'un arc-en-ciel est nommée *bande sombre d'Alexandre* en l'honneur du philosophe grec Alexandre d'Aphrodise (150-215) qui semble avoir été le premier à décrire le phénomène des arcs-en-ciel. Elle s'étend approximativement sur une hauteur angulaire de  $8^\circ$  et son centre se positionne à environ  $45^\circ$  au dessus de l'horizon.

Portrait d'Alexandre d'Aphrodise

Source : gallica.bnf.fr / Bibliothèque Nationale de France