

DEVOIR LIBRE N°2

Classe PC - Promotion 2026



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE ET
DE LA JEUNESSE

Annales d'Électronique

Les différentes parties sont indépendantes.

► Données numériques :

~> **Constantes :** $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ $\mathcal{N}_a = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
 $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$ $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
 $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$ $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$ $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
 $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$

~> **La planète Terre :** $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

~> **L'atome :** $m_{\text{nucléon}} = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $m_{\text{électron}} = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

► Systèmes d'unité et conversion :

~> **Conversion :** $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$ $T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$

► Formulaire d'analyse réelle :

~> **Trigonométrie :** $\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$

~> **Dérivation :** $(g \circ f(x))' = f'(x) \times g'(f(x))$ $\arcsin(x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

► Formulaire d'analyse vectorielle :

~> **Opérateurs en coordonnées cylindriques (r, θ, z) :**

~> **Gradient :** $\vec{\text{grad}} U = \frac{\partial U}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z$

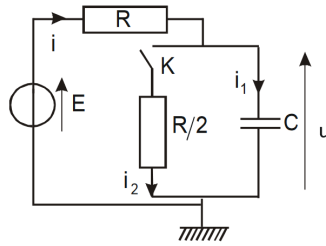
~> **Divergence :** $\text{div} \vec{U} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r U_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial z}$

~> **Rotationnel :** $\vec{\text{rot}} \vec{U} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(U_z)}{\partial \theta} - \frac{\partial(U_\theta)}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial(U_r)}{\partial z} - \frac{\partial(U_z)}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r U_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial(U_r)}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$

Partie I - Étude d'un filtre

(ENSTIM - 2007)

Nous considérons le circuit ci-dessous. Nous noterons i l'intensité dans le résistor de résistance R , i_1 l'intensité dans le condensateur de capacité C , i_2 l'intensité dans le résistor de résistance $R/2$ et $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur. À l'instant $t = 0$, pris pour origine des temps, nous fermons l'interrupteur K .



1. Préciser i , i_1 , i_2 et u à l'instant $t = 0^-$, juste avant la fermeture de l'interrupteur.
2. Préciser i , i_1 , i_2 et u à l'instant $t = 0^+$, juste après la fermeture de l'interrupteur.
3. Même question quand t tend vers l'infini.
4. Montrer en utilisant les théorèmes de Thévenin et Norton que le circuit est équivalent à un simple circuit RC en charge dont on précisera les caractéristiques.

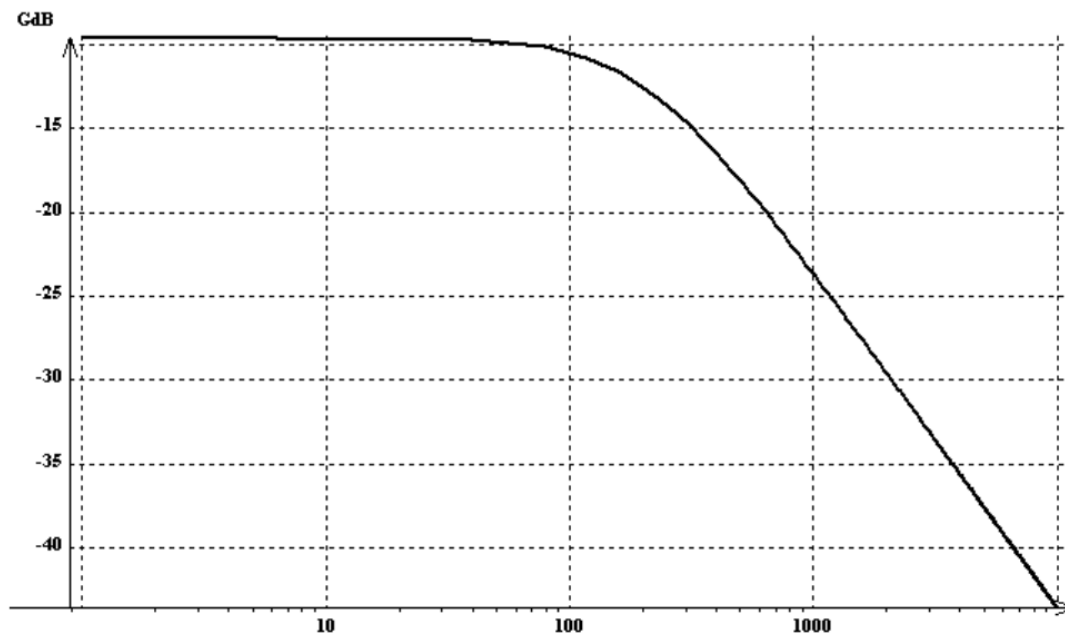
L'interrupteur est fermé et nous remplaçons le générateur de f.e.m constante par une source idéale de tension de f.e.m. $e(t) = E \sqrt{2} \cos(\omega t)$ où ω représente la pulsation du générateur et E , la tension efficace. On associe le complexe $\underline{u} = U \sqrt{2} \exp(j(\omega t + \varphi)) = \underline{U} \exp(j\omega t)$ à la tension $u(t) = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ où $\underline{U} = U \sqrt{2} \exp(j\varphi)$. De même $\underline{E} = E / \sqrt{2}$.

5. Calculer la fonction de transfert, $\underline{H} = \underline{U}/\underline{E}$ que l'on écrira sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

Préciser le module H et le déphasage φ .

6. Établir l'expression littérale de la fréquence de coupure f_c en fonction de R et C .
On trace le diagramme de Bode en fonction de la fréquence f en échelle semi-log. On obtient le graphe ci-dessous :
7. Justifier les comportements asymptotiques de ce diagramme. Préciser les coefficients directeurs des pentes et la nature du filtre.
8. Déterminer graphiquement la valeur de f_c en précisant la méthode utilisée.
9. En déduire la valeur de la capacité C si $R = 1,0 \text{ k}\Omega$.



Partie II - Fonctionnement d'un flash

(CCINP - 2021)

En simplifiant de façon importante, un flash se compose d'une pile (f.e.m. de 9 V) qui charge un condensateur dont la capacité vaut $C=200\mu\text{F}$. Quand celui-ci est chargé, une diode s'allume, indiquant que le flash est prêt à être utilisé. Lors du déclenchement de l'obturateur, le condensateur se décharge dans un tube contenant du xénon sous faible pression, ce qui provoque l'émission d'un éclair de courte durée.

- 10.** L'énergie stockée dans le condensateur doit être de l'ordre de 10 J. En déduire la tension U_0 sous laquelle il faut le charger. Commenter cette valeur.
- 11.** Le condensateur, initialement chargé et présentant une tension U_0 à ses bornes, se décharge dans le tube à xénon qu'on modélise par une résistance $R = 1 \Omega$.
- 12.** Faire un schéma du circuit électrique dans lequel s'insèrent le condensateur et le tube lors de la décharge. Établir l'équation différentielle que vérifie la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur au cours de sa décharge.
- 13.** Établir l'expression de la puissance $p(t)$ instantanée reçue par le tube au cours de sa décharge en fonction du temps.
- 14.** Tracer l'allure de la courbe $p(t)$.
- 15.** La durée de l'éclair produit par la décharge du condensateur est de l'ordre de $1/200$ s. Quelle fraction de l'énergie totale est reçue par le tube pendant cette durée ?

Les rovers peuvent communiquer directement avec la Terre via deux antennes à 8 GHz mais aussi avec les sondes orbitales, appelées orbiters et situées à 400 km en orbite autour de Mars. Ces sondes orbitales transmettent les données reçues à la Terre lorsque celle-ci est dans le champ de leur antenne. Ainsi, les rovers économisent de l'énergie.

Bien que la technologie ait évolué considérablement dans ce domaine, historiquement, l'émission et la réception d'ondes ont été possibles grâce à l'association de simples dipôles passifs.

Avant transmission des signaux, il est nécessaire d'étudier l'alimentation de l'antenne émettrice. Même si les circuits utilisés dans la réalité sont plus élaborés, historiquement, on a pu obtenir un courant oscillant grâce à un circuit comprenant une bobine et un condensateur. La tension aux bornes de ce dernier pourra alimenter une antenne émettrice. C'est dans ce contexte que nous étudierons ces dipôles.

On considère ici un circuit RLC schématisé en figure 1. Le condensateur est initialement déchargé et le circuit est alimenté par une source de tension continue notée E .

On considérera les valeurs suivantes : $R = 2,0\text{k}\Omega$, $C = 10\text{nF}$ et $L = 40\text{mH}$. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

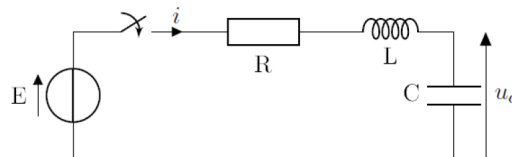


FIGURE 1 – Circuit RLC alimenté par une tension continue

- 16.** Déterminer la tension aux bornes du condensateur $u_c(0^+)$ et l'intensité dans le circuit $i(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur. Justifier.
- 17.** Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_c(t)$.
- 18.** En écrivant cette équation sous la forme canonique : $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = \omega_0^2 E$, en déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q .
- 19.** Déterminer la valeur de la fréquence propre f_0 . Faire l'application numérique à un chiffre significatif (faire l'approximation $\pi \approx 3$).
- 20.** Déterminer la valeur du facteur de qualité Q . Préciser le régime d'oscillation associé à cette valeur.

On note $x(t) = \cos(2f_0 t)$ un signal sinusoïdal de fréquence f_0 que l'on cherche à numériser. Nous étudierons plus particulièrement l'une des étapes de la numérisation, appelée l'échantillonnage, qui consiste à prélever un ensemble de valeurs prises à des instants discrets.

21. On s'intéresse tout d'abord à l'opération consistant à multiplier le signal $x(t)$ par la fonction $p(t) = \cos(2f_1 t)$, de fréquence $f_1 > f_0$. Représenter sur un même diagramme les spectres respectifs des signaux $x(t)$ et $x_e(t) = x(t) \times p(t)$.

On cherche maintenant à échantillonner le signal $x(t)$. Pour cela, on introduit la fonction périodique $w(t)$ représentée sur la figure 2. On considère que $T \ll T_e$, ainsi le signal $x_e(t) = x(t) \times w(t)$ n'est différent de zéro que sur des intervalles de temps très courts assimilables à des instants discrets $t_k = kT_e$ pour $k \in \mathbb{Z}$. Pour chacun de ces instants, on a $x_e(t_k) = x(t_k)$. On dit que $x_e(t)$ constitue un échantillonnage du signal $x(t)$ et on appelle fréquence d'échantillonnage la grandeur $f_e = 1/T_e$.

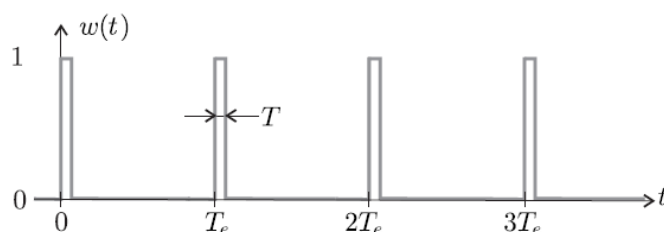


FIGURE 2 – Signal d'échantillonnage.

22. Représenter le signal $x_e(t)$ pour $f_e = 4f_0$, $f_e = 2f_0$ et $f_e = 4f_0/3$. Montrer qualitativement que, dans l'un des cas, le signal échantillonné n'est pas représentatif du signal analogique de départ.

23. Du fait de sa périodicité, le signal $w(t)$ est décomposable en série de Fourier, de la forme.

$$w(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_e t)$$

Représenter, par analogie avec la question 17, le spectre du signal $x_e(t) = x(t) \times w(t)$ pour $f_e = 4f_0$ puis $f_e = 4f_0/3$ (on se limitera aux valeurs de k telles que $0 \leq k \leq 2$). Montrer que, dans l'un des cas, les motifs fréquentiels se chevauchent. En considérant seulement la fenêtre fréquentielle $[0, f_e]$, indiquer le nom de ce phénomène et préciser autour de quelle fréquence il se produit.

24. En s'inspirant des questions 18 et 19, proposer une relation entre f_e et f_0 permettant d'assurer un bon échantillonnage du signal $x(t)$. Cette relation est appelée critère de Shannon-Nyquist.

25. On considère dorénavant un signal temporel $X(t)$ dont le spectre en fréquence $X(f)$, représenté sur la figure 3, fait apparaître une fréquence maximale $f_{\max}$. Que devient le critère de Shannon-Nyquist dans cette situation ? Représenter le spectre du signal échantillonné selon que ce critère soit ou non vérifié. Pour un signal sonore audible, proposer des valeurs raisonnables de $f_{\max}$ et f_e .

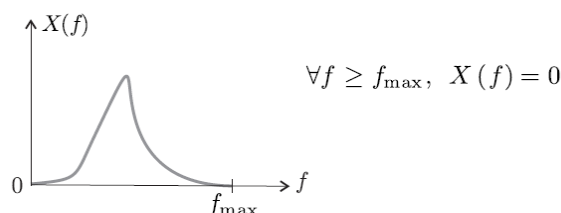


FIGURE 3 – Le spectre du signal X est borné en fréquence.

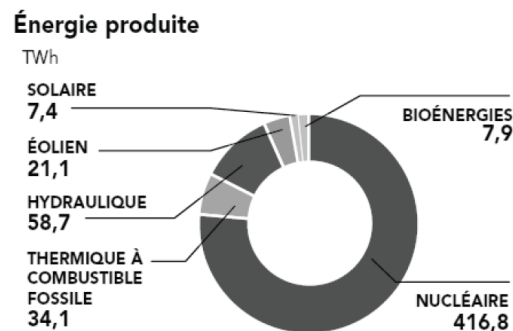
26. Sur l'exemple de la question précédente montrer que, lorsque le critère de Shannon-Nyquist est vérifié, un filtrage approprié permet de retrouver le signal analogique de départ. On donnera les caractéristiques du filtre à utiliser.

27. La durée d'enregistrement d'un CD audio est de $\Delta t = 75$ min. L'échantillonnage se fait à une fréquence $f_e = 44,1$ kHz et avec résolution de 16 bits. De plus, l'enregistrement est fait sur deux voies séparées en stéréo. Déterminer la taille minimale du fichier musical. On donnera le résultat en mégaoctets (Mo), un octet correspondant à 8 bits.

Les producteurs et les transporteurs regroupent l'ensemble des moyens mis en œuvre pour produire et acheminer l'électricité jusqu'aux consommateurs. Les trois documents présentés en figure 4 sont extraits du site internet de la Commission de la Régulation de l'Energie (www.cre.fr) et du Réseau de Transport d'Electricité RTE (www.rte-france.com). Vous pouvez vous référer à ces documents pour étayer vos réponses.

Document 1 – Production d'électricité en France

En France, la production d'électricité met en œuvre différentes technologies complémentaires qui se répartissent de la manière suivante sur une année :



RTE ajuste à tout moment les volumes de production aux besoins en électricité des consommateurs. Il s'assure que les programmes de production prévus par les différents fournisseurs d'électricité permettent de satisfaire la consommation totale.

Document 2 – Transport de l'électricité

L'électricité doit être produite et transportée en temps réel jusqu'aux lieux de consommation. Le transport se fait sur un réseau à Très Haute Tension (THT : 225 kV/440 kV) et à Haute Tension (HT : 63 kV/90 kV). L'électricité est ainsi acheminée sur de longues distances et avec un minimum de pertes.

Document 3 – Interconnexions électriques entre réseaux européens

L'interconnexion entre réseaux de transport d'électricité européens permet une assistance mutuelle entre pays voisins en cas de défaillance et de mutualiser les moyens de production pour répondre à moindre coût aux besoins de l'ensemble de la zone. Ce foisonnement de réseaux renforce la sécurité d'approvisionnement.

FIGURE 4 – Documents sur le réseau électrique français.

- 28.** Quels sont les principaux moyens de production d'électricité en France aujourd'hui ?
- 29.** Quelle est la principale limitation technologique expliquant que l'on doit garantir un équilibre entre production et consommation à tout instant ?
- 30.** Quel est le nom des pertes que l'on évite en transportant l'électricité en haute tension ?
- 31.** En cas de surproduction d'électricité sur le territoire français, que peut-on faire de l'électricité en surplus ?

Nous allons maintenant illustrer l'intérêt du transport électrique à haute tension. On cherche à quantifier les pertes Joule occasionnées lors du transport d'une puissance électrique P de 100 MW, fournie par le poste de distribution, sur une distance $\ell = 100$ kilomètres de ligne électrique, que l'on considèrera comme purement résistive.

- 32.** Déterminer les courants de ligne I_1 et I_2 pour des tensions respectives U_1 de 400 kV et U_2 de 100 kV.
- 33.** La densité de courant dans les câbles de transport, notée J , est de $0,7 \text{ A.mm}^{-2}$. Déterminer la section S_1 nécessaire pour un transport en 400 kV, ainsi que la section S_2 pour un transport en 100 kV.
- 34.** Le matériau utilisé pour les câbles de transport est un alliage d'aluminium, préféré au cuivre pour sa légèreté et son moindre coût. La résistivité de ce matériau est $\rho = 26.10^{-3} \Omega.\text{mm}^2.\text{m}^{-1}$. Déterminer alors la résistance électrique de chaque ligne de transport que l'on notera R_1 et R_2 .
- 35.** Pour les deux tensions envisagées, déterminer les pertes Joule en ligne notées respectivement P_{J_1} et P_{J_2} . Le rendement η du transport d'électricité est défini comme le rapport entre la puissance utile disponible après transport sur la ligne et la puissance fournie par le poste de distribution.
- 36.** Calculer alors le rendement η du transport d'électricité dans les deux cas. Un schéma peut étayer votre raisonnement. Conclure.

Un "supercondensateur" est un condensateur de technique particulière, qui permet d'obtenir une capacité élevée pour un encombrement réduit, et donc une densité de puissance et une densité d'énergie intermédiaires entre les batteries et les condensateurs électrolytiques classiques. Ils sont utilisés dans des domaines variés, dont la propulsion de bateaux, de bus ou de tramway (Figure 5). Leur faible résistance interne permet des courants élevés et donc des charges rapides et des puissances de sortie importantes. Nous étudions ici un exemple d'application des supercondensateurs, et en particulier nous voyons ce qui contraint leur dimensionnement (quelle capacité, quelle résistance interne ?).



FIGURE 5 – Systèmes utilisant des supercondensateurs.

On considère pour commencer un condensateur classique, c'est-à-dire un composant électronique de capacité C supposé idéal. On utilise la convention récepteur.

37. En partant de la relation $Q = CU$, démontrer la relation usuelle entre tension et intensité pour un condensateur.

38. En exploitant la question précédente, démontrer que l'énergie stockée s'exprime $E_{\text{stockee}} = \frac{1}{2}CU^2$.

Document : En 2009, la RATP et Alstom ont expérimenté en service commercial un tramway Citadis équipé de supercondensateurs sur la ligne T3 du réseau francilien. La rame a été équipée de 48 modules de supercondensateurs (15 kg pièce) pour le stockage de l'énergie à bord. L'ensemble est équivalent à 48 supercondensateurs montés en dérivation sous une tension de 750 V. Ceci permet aux trams de circuler en autonomie sur les sections dépourvues de ligne aérienne de contact. En autonomie la rame peut franchir 400 m, soit la distance entre deux stations sur la ligne T3, avec une vitesse moyenne d'environ 15 km/h.

Les moteurs développent une puissance moyenne continue de 500 kW, et sont alimentés sous 750 V. Présentant une résistance interne très faible, les supercondensateurs autorisent le passage d'intensités très importantes pendant les 20 secondes que dure un rechargement en station, et sont donc en cela plus adaptés que les batteries conventionnelles.

Source images : Wikipedia, et texte :

<https://www.ville-rail-transports.com/ferroviaire/alstom-et-la-ratp-testent-les-supercondensateurs-2/>

FIGURE 6 – Extrait d'un document sur le transport ferroviaire.

39. À l'aide des données du document présenté en figure 6 et des approximations nécessaires, en déduire les valeurs de l'énergie E_{tot} nécessaire au trajet entre deux stations, de la capacité d'un des 48 supercondensateurs (commenter la valeur trouvée) et de la résistance du circuit de charge.

Lorsqu'un condensateur est utilisé comme une batterie, la question de sa recharge se pose. L'énergie est prélevée sur le réseau électrique, et on souhaiterait que 100% de cette énergie soit transférée au condensateur. Nous allons montrer que ceci dépend de la stratégie de charge retenue. On appelle "rendement de la charge du condensateur" le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et de l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge :

$$\eta = \frac{E_{\text{stockée}}}{E_{\text{fournie}}}$$

40. De manière générale, la charge se fait à travers la résistance totale du circuit R . On note C la capacité du condensateur et E la tension finale à atteindre aux bornes du condensateur. Montrer par des arguments dimensionnels que l'expression du rendement η ne peut pas dépendre des valeurs de R , C ou E .

On raisonne désormais sur le circuit schématisé en figure 7 pour envisager deux méthodes de recharge, qui vont mener à deux valeurs de rendement différentes.

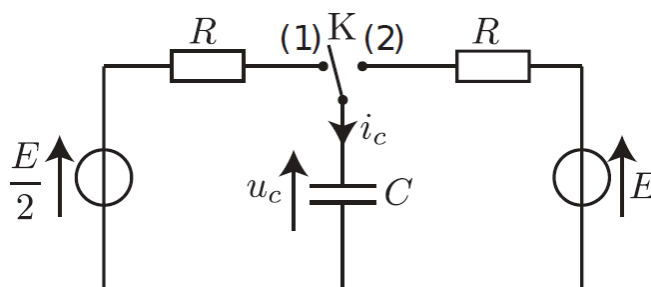


FIGURE 7 – Plan infini chargé.

▷ A - Premier procédé de charge

41. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à $t = 0$.

42. Établir l'équation différentielle portant sur $u_c(t)$. On la mettra sous la forme canonique :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

en précisant la valeur de τ .

43. Déterminer sans utiliser l'équation différentielle la valeur de $u_c(0^+)$, c'est-à-dire la tension juste après le basculement de l'interrupteur.

44. Résoudre l'équation différentielle puis tracer l'allure de la solution $u_c(t)$.

45. Donner en fonction de C et de E l'expression de l'énergie stockée par le condensateur à la fin de sa charge.

46. Déterminer l'expression du courant i_c pour $t \geq 0$.

47. Calculer alors l'énergie électrique fournie par le générateur sur l'ensemble de la charge. En déduire la valeur du rendement de la charge avec la méthode envisagée ? Peut-il être optimisé en changeant la résistance R ?

▷ B - Second procédé de charge

On souhaite utiliser une méthode qui permet d'améliorer le rendement de la charge. On réalise une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Puis il est fermé en position (1) à $t = 0$. Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé, l'interrupteur est basculé en position (2).

- 48.** Déterminer l'expression de $u_C(t)$ pendant la première phase de la charge. En déduire l'expression en fonction de R et de C de l'instant t_1 pour lequel la tension u_C aux bornes du condensateur atteint 99% de sa valeur finale au cours de cette première étape.
- 49.** Dans la suite, on considérera que la charge est totalement achevée à cet instant t_1 (donc $u_C(t_1) = E/2$), et qu'on passe en phase 2 (basculement de l'interrupteur en position (2)).
- 50.** Exprimer la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours de la deuxième phase de charge, qui commence à l'instant t_1 .
- 51.** Tracer l'allure de $u_C(t)$ en fonction du temps au cours de l'ensemble des deux phases de charge.
- 52.** Exprimer l'intensité i_C qui traverse le condensateur pendant les deux phases de charge. On distinguera les cas en fonction de t .
- 53.** Déterminer l'énergie électrique fournie par les deux générateurs pendant la charge. En déduire le rendement pour cette nouvelle façon de procéder. Conclure quant aux avantages et désavantages par rapport à la première méthode.

▷ A - Généralisation à N charges

La section précédente montrait que la charge fractionnée en deux étapes permet un meilleur rendement. Nous établissons ici l'expression du rendement pour un fractionnement en N étapes. Notons $t_0 = 0$ l'instant initial où le condensateur est déchargé. La première étape a lieu de t_0 à $t_1 = 5\tau$, par un générateur de tension E/N , à travers une résistance R . De manière générale, l'étape numéro k de la charge ($k = 1$ à N) a lieu de t_{k-1} à t_k , par un générateur de tension (kE/N) , à travers une résistance R . On a $t_k = k \times 5\tau$. Au début de l'étape k , $u_C(t_{k-1}) = (k-1)\frac{E}{N}$, et à la fin de l'étape k , $u_C(t_k) = kE/N$.

On considère l'étape k de la charge, et on cherchera par la suite à déterminer des expressions dépendant notamment de k et de N .

- 54.** Déterminer l'équation différentielle suivie par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur, puis l'expression de sa solution $u_C(t)$.
- 55.** Déterminer l'expression de l'intensité $i_C(t)$ traversant le condensateur.
- 56.** Déterminer l'expression de l'énergie fournie par le générateur. En déduire l'expression de l'énergie fournie par le générateur lors de l'ensemble de la charge, puis montrer enfin que le rendement de la charge en N étapes s'écrit : $\eta = \frac{N}{N+1}$

n s'intéresse à un circuit électrique appelé filtre de Wienn, dont le schéma électrique est représenté en figure 8. Aucune connaissance sur des dipôles autres que les conducteurs ohmiques et les condensateurs n'est requise pour répondre aux questions.

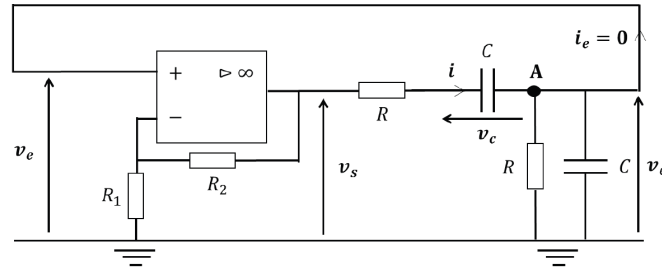


FIGURE 8 – Schéma électrique d'un filtre de Wienn.

- 57.** Quelle est la relation entre la dérivée de la tension v_c aux bornes du condensateur par rapport au temps et le courant i le traversant ? Cette équation sera nommée (E1) sur votre copie.
- 58.** Par une loi des nœuds au point A, exprimer le courant i en fonction de la tension v_e et de sa dérivée par rapport au temps. Cette équation sera nommée (E2) sur votre copie.
- 59.** Par une loi des mailles, exprimer la tension v_s en fonction de v_e , i et v_c . Cette équation sera numérotée (E3) sur votre copie.
- 60.** En utilisant les équations précédentes, montrer que l'on obtient l'expression suivante en précisant l'expression de la constante de temps τ :

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau}$$

Partie VIII - Impédance d'un haut-parleur électrodynamique

(E3A - 2020)

On considère un haut-parleur électrodynamique dont le comportement électrique équivalent est modélisable par la fonction de transfert suivante :

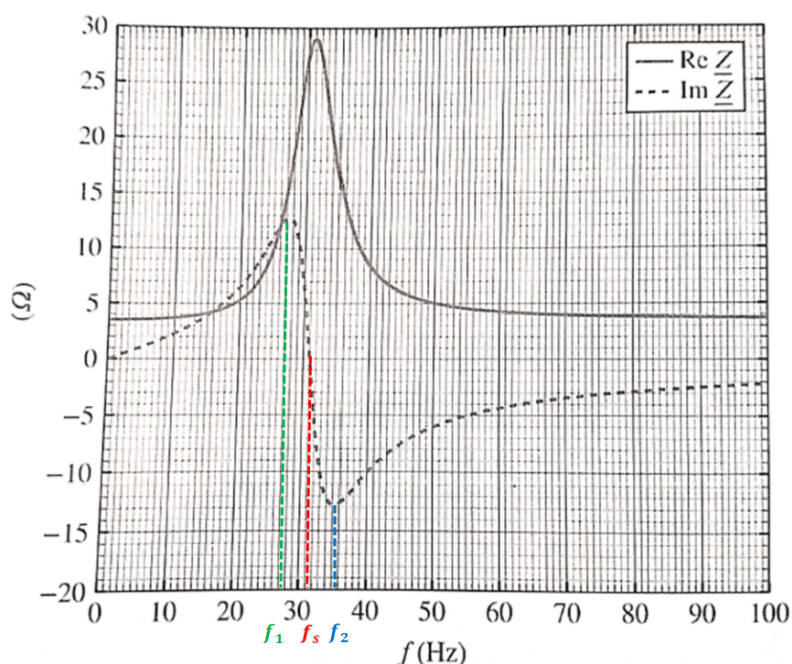
$$\underline{Z} = R_e + \frac{R_m}{1 + jQ_{ms}\left(\frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega}\right)}$$

61. En déduire les expressions des parties $\text{Re}(\underline{Z})$ et imaginaire $\text{Im}(\underline{Z})$ de l'impédance complexe $\underline{Z}$ en fonction de R_e , R_m , ω_s , Q_{ms} et ω .

62. Montrer que $\text{Re}(\underline{Z})$ présente un maximum pour une pulsation $\omega_{\max}$. Préciser les expressions de $\omega_{\max}$ et de $(\text{Re}(\underline{Z}))_{\max} = \text{Re}(\underline{Z}(\omega_{\max}))$. Que vaut $\text{Im}(\underline{Z}(\omega_{\max}))$?

63. On pose $\alpha = Q_{ms}\left(\frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega}\right)$. Exprimer $\text{Im}(\underline{Z})$ en fonction de α . Montrer que $\text{Im}(\underline{Z}(\alpha))$ présente deux extrema. En déduire que $\text{Im}(\underline{Z}(\omega))$ présente deux extrema pour les pulsations ω_1 et ω_2 avec $\omega_2 > \omega_1$. Préciser les expressions de ω_1 et ω_2 . En déduire $Q_{ms} = \frac{\omega_s}{\omega_2 - \omega_1}$.

64. Le graphique en figure ?? représente les fonctions déterminées précédemment. Quel phénomène physique observe-t-on ? Décrire qualitativement l'évolution du comportement du dipôle en fonction de la fréquence d'entrée en termes de comportements résistif, capacitif et inductif.



- Fin du sujet -