

1 Suites définies par une relation de récurrence

Révisions de première année : suites arithmétiques et géométriques, sommes finies, suites récurrentes linéaires d'ordre 2, étude de suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ lorsque f est croissante sur I stable, décroissante sur I stable.

- Calcul de $\sum_{k=n}^p u_k$ sachant (u_n) géométrique de raison ρ (formule et démonstration, bien sûr, on n'oublie pas de discuter sur ρ)
- Base de l'ensemble des solutions de $u_{n+2} = a u_{n+1} + b u_n$ selon les racines de l'équation caractéristique dans \mathbb{K} .

2 Séries de fonctions

Modes de convergence d'une série de fonctions (simple, uniforme, normale). Régularité de la limite d'une série de fonction (continuité, caractère \mathcal{C}^1 et \mathcal{C}^k). Lien avec l'intégration.

- Démonstration de ce que la convergence normale entraîne la convergence simple et uniforme (P.3)
- Enoncé des théorèmes de dérivation (cas \mathcal{C}^1 et \mathcal{C}^k) des séries de fonctions
- Enoncé de conditions suffisantes à ce que $\int_I \sum_{n=0}^{+\infty} f_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \int_I f_n$ (trois réponses attendues : voir la feuille des questions de cours sur les séries de fonctions si nécessaire. On énonce chacun des trois théorèmes avec précision.)

3 Espaces préhilbertiens et euclidiens

Définition d'un produit scalaire, et exemples (produit scalaire canonique ou usuel de \mathbb{R}^n , de $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$). Inégalité de Cauchy-Schwarz, norme associée à un produit scalaire. Identités de polarisation et du parallélogramme.

Orthogonalité. Pythagore. Projection sur un sous-espace de dimension finie. Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Définition d'un espace euclidien, existence de bases orthonormales.

Isométries vectorielles, exemple des symétries orthogonales.

Définition et caractérisation(s) d'une matrice orthogonale.

Questions de cours : (énoncé et démonstration)

- Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Identité de Pythagore et son application (une famille orthogonale formée de vecteurs tous non nuls est libre)