

Programme de colles mathématiques PC

Semaine 16 du 19/1 au 23/1

1 Séries entières

Rayon de convergence d'une série entière. Recherche de rayon de convergence à l'aide de la règle de d'Alembert. Rayon de convergence de la somme, combinaison linéaire et produit de séries entières.

Continuité de la somme. Dérivation et primitivation d'une série entière, caractère \mathcal{C}^∞ sur l'intervalle ouvert $] -R, R[$ de convergence.

Fonction développable en série entière, série de Taylor de f en 0 pour f de classe \mathcal{C}^∞ au voisinage de 0. Révision de première année : formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor.

DSE d'une fonction rationnelle (de $z \mapsto \frac{1}{1-z}$ en particulier), de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto \arctan x$ et de \exp (sur \mathbb{C}).

Questions de cours :

- DSE de $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (P.37 : énoncé et démonstration)

2 Révisions : équations différentielles linéaires

Equations différentielles linéaires d'ordre 1 : méthode de résolution.

Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants, et de second membre simple (de la forme $t \mapsto P(t)e^{\lambda t}$ ou d'une somme de termes de ce type)

Solutions d'équations différentielles développables en séries entières.

Application de la réduction à la résolution de systèmes linéaires d'équations différentielles (coefficients constants). Seul le cas où la matrice du système est diagonalisable a été étudié.

- Base de l'ensemble des solutions de $y'' + ay' + by = 0$ selon les racines de l'équation caractéristique. (Énoncé seul : théorèmes 9 et 11)

3 Intégrales à paramètre

- Énoncés du théorème de continuité de l'intégrale à paramètre (Th. 2) et du théorème de convergence dominée à paramètre continu.
- Caractère \mathcal{C}^1 de l'intégrale à paramètre (théorème 5, énoncé seul), puis \mathcal{C}^k (th. 6)