

1 Polynômes

Polynômes : degré d'un polynôme, degrés étagés, racines simples et multiples, relations entre coefficients et racines pour un polynôme scindé (somme et produit des racines seulement), polynômes irréductibles, cas des polynômes réels et complexes.

Polynômes interpolateurs de Lagrange, formule du binôme et application au calcul des polynômes de Tchebychev.

Questions de cours :

- Enoncé des formules donnant, pour $P(X) = a_n X^n + \dots + a_0$ un polynôme scindé de racines $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ (non supposées 2 à 2 distinctes) les expressions de $\sum \lambda_k$ et $\prod \lambda_k$ en fonction des coefficients du polynôme P .
- Etant donnés $(a_0, \dots, a_n)$ éléments de $\mathbb{K}$ deux à deux distincts, explicitation des polynômes $L_0, \dots, L_n$ tels que pour tout (i, j) , $L_i(a_j) = \delta_{i,j}$ et expression du polynôme interpolateur de Lagrange relatif aux points (a_k, b_k) à l'aide des L_k . (En pratique : l'exercice 1 et la remarque 22 du cours...)

2 Intégration

Notions de subdivision, définition des fonctions en escalier et continues par morceaux.

Intégrale des fonctions en escalier sur un segment. Rappel des résultats de première année et extension aux fonctions continues par morceaux. Positivité, changement de variable, intégration par parties.

Définition de la convergence de l'intégrale de f continue par morceaux sur $[a, b[$, sur $]a, b]$, sur $]a, b[$.

Positivité, changement de variable, intégration par partie pour une intégrale généralisée.

Intégrales absolument convergentes et fonctions intégrables

- Exercice-type : On suppose I et J des intervalles, $f : I \rightarrow \mathbb{K}$ continue, $u : J \rightarrow I$ et $v : J \rightarrow I$ des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$, alors montrer que $x \in J \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$ est de classe $\mathcal{C}^1$ et en préciser la dérivée.
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ selon la valeur de $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ et de $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$ (oui, on détaille).