

## 1 Intégration

Notions de subdivision, définition des fonctions en escalier et continues par morceaux.

Intégrale des fonctions en escalier sur un segment. Rappel des résultats de première année et extension aux fonctions continues par morceaux. Positivité, changement de variable, intégration par parties.

Définition de la convergence de l'intégrale de  $f$  continue par morceaux sur  $[a, b[$ , sur  $]a, b]$ , sur  $]a, b[$ .

Positivité, changement de variable, intégration par partie pour une intégrale généralisée.

Intégrales absolument convergentes et fonctions intégrables

- Exercice-type : On suppose  $I$  et  $J$  des intervalles,  $f : I \rightarrow \mathbb{K}$  continue,  $u : J \rightarrow I$  et  $v : J \rightarrow I$  des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ , alors montrer que  $x \in J \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  et en préciser la dérivée.
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$  selon la valeur de  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de  $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$  et de  $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$  (oui, on détaille).

## 2 Réduction

Valeurs et vecteurs propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée, polynôme caractéristique d'une matrice, d'un endomorphisme. Polynôme annulateur d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.

Théorème de Cayley-Hamilton.

Pratique de la diagonalisation (la trigonalisation n'a pas encore été abordée)

- Si  $u$  et  $v$  commutent, alors les espaces propres de  $u$  sont stables par  $v$ .
- Corollaire 20 : si  $\lambda$  est une valeur propre de  $u$ , alors  $1 \leq \dim E_\lambda(u) \leq m(\lambda)$
- Matrice compagne d'un polynôme unitaire  $P$  et son polynôme caractéristique. (Proposition 25)
- Si  $P$  annule  $u$  et  $\lambda$  est une valeur propre de  $u$ , alors  $\lambda$  est une racine de  $P$ . (P.24)