Suites récurrentes

Question 1. Soit (u_n) une suite arithmétique, $n<p$ des naturels. Exprimer la somme $u_n+u_{n+1}+\cdots+u_p$

Question 2. Soit (u_n) une suite géométrique de raison q, et $n<p$ des naturels. Exprimer la somme $u_n+u_{n+1}+\cdots+u_p$.

Question 3. Soit $(a,b)\in\mathbb{K}^2$, comment déterminer l'ensemble des suites satisfaisant à une relation de récurrence de la forme $u_{n+1}=a\,u_n+b$?

Question 4. Soit $(a,b)\in\mathbb{K}\times\mathbb{K}$, indiquer l'ensemble des suites satisfaisant la relation de récurrence d'ordre 2 : $u_{n+2}=a\,u_{n+1}+b\,u_n$.

Question 5. Etudier une suite définie par $u_{n+1}=f(u_n)$ si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ est croissante et continue et qu'on connaît le tableau de signes :

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
$f(x)-x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 1. Soit θ un réel qui n'appartient pas à $\pi\,\mathbb{Z}$, déterminer les suites satisfaisant la relation :

$$u_{n+2}-2\cos(\theta)\,u_{n+1}+u_n=0$$

Exercice 2. Déterminer les suites solutions de la récurrence $u_{n+1}=2\,u_n+1$, de $u_{n+1}=3\,u_n+2^n$, puis de $u_{n+1}=2\,u_n+2^n$