Programme de colles mathématiques PC

Semaine 11 du 30/11 au 4/12

1 Espaces vectoriels normés

Définition d'une norme, d'une distance. Parties, suites et fonctions bornées. Normes équivalentes. Parties convexes. Suites convergentes. Ouverts et fermés.

- Définitions d'un point intérieur à une partie, d'une partie ouverte, d'un point adhérent à une partie, d'une partie fermée.
- Caractérisation séquentielle de l'adhérence. (P.37, énoncé et, bien sûr, démonstration)
- Si $f : E \to \mathbb{R}$ est continue, démonstration de ce que $\{x \in E,\, f(x) > 0\}$ est un ouvert de E.

2 Suites définies par une relation de récurrence

Révisions de première année : suites arithmétiques et géométriques, sommes finies, suites récurrentes linéaires d'ordre 2, étude de suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ lorsque f est croissante sur I stable, décroissante sur I stable.

- Calcul de $\sum_{k=n}^{p} u_k$ sachant (u_n) géométrique de raison ρ (formule et démonstration, bien sûr, on n'oublie pas de discuter sur ρ)
- Base de l'ensemble des solutions de $u_{n+2} = a\,u_{n+1} + b\,u_n$ selon les racines de l'équation caractéristique dans $\mathbb{K}$. (aucune démonstration n'est attendue ici)

3 Séries de fonctions

Modes de convergence d'une série de fonctions (simple, uniforme, normale). Régularité de la limite d'une série de fonction (continuité, caractère $\mathcal{C}^1$ et $\mathcal{C}^k$). Lien avec l'intégration.

- Enoncé des théorèmes de dérivation (cas $\mathcal{C}^1$ et $\mathcal{C}^k$) des séries de fonctions
- Enoncé des théorèmes d'interversion somme-intégrale, d'intégration terme à terme et, pour rappel, du théorème de convergence dominée.