

1 Suites et séries de fonctions

Notions de convergence simple, uniforme d'une suite ou série de fonctions, convergence normale d'une série de fonctions. Continuité de la limite d'une suite de fonctions (resp. d'une somme d'une série de fonctions).

Théorème de la double limite (admis)

Interversion limite (ou somme) et intégrale, caractère $\mathcal{C}^1$ de la limite ou la somme d'une série de fonctions.

Caractères $\mathcal{C}^k$ de la limite ou la somme d'une série de fonctions.

Théorèmes de convergence dominée et d'intégration terme à terme.

- Énoncés des théorèmes de convergence dominée et d'intégration terme à terme.

2 Espaces préhilbertiens et euclidiens

Définition d'un produit scalaire, et exemples (produit scalaire canonique ou usuel de $\mathbb{R}^n$, de $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$). Inégalité de Cauchy-Schwarz, norme associée à un produit scalaire. Identités de polarisation et du parallélogramme.

Orthogonalité. Pythagore. Projection sur un sous-espace de dimension finie. Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Définition d'un espace euclidien, existence de bases orthonormales.

Questions de cours : (oui, on énonce ET on démontre !)

- Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Identité de Pythagore et son application (une famille orthogonale formée de vecteurs tous non nuls est libre)
- Projeté orthogonal d'un vecteur x sur F sev de E muni de $(e_1, \dots, e_n)$ orthonormale. (Thm 14)