

Programme de colles mathématiques PC

Semaine 17 du 29/1 au 2/2

1 Séries entières

Rayon de convergence d'une série entière. Recherche de rayon de convergence à l'aide de la règle de d'Alembert. Rayon de convergence de la somme, combinaison linéaire et produit de séries entières.

Continuité de la somme d'une série entière, dérivation et primitivation, caractère \mathcal{C}^∞ sur l'intervalle ouvert $] -R, R[$ de convergence.

Fonction développable en série entière, série de Taylor de f en 0 pour f de classe \mathcal{C}^∞ au voisinage de 0. Révision de première année : formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor.

DSE d'une fonction rationnelle (de $z \mapsto \frac{1}{1-z}$ en particulier), de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto \arctan x$ et de \exp (sur \mathbb{C}).

Questions de cours :

- DSE de $x \mapsto \ln(1+x)$
- DSE de \arctan

2 Révisions : équations différentielles linéaires

Equations différentielles linéaires d'ordre 1 : méthode de résolution.

Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants, et de second membre simple (de la forme $t \mapsto P(t) e^{\lambda t}$ ou d'une somme de termes de ce type)

Solutions d'équations différentielles développables en séries entières.

3 Dénombrement

Vocabulaire ensembliste, ensemble finis, dénombrement, combinatoire.

Ensembles dénombrables.

- Relation de Pascal : énoncé et preuve par un raisonnement ensembliste. (voir exo 3)
- Cardinal de $\mathcal{P}(E)$ (proposition 28)