

# Programme de colles mathématiques PC

Semaine 2 du 16/9 au 20/9

## 1 Révision d'analyse :

Développements limités : tout le programme de première année : relations de comparaison, développement limité de  $f$  en  $x_0$  à l'ordre  $n$ , unicité, intégration, formule de Taylor-Young, développements limités usuels.

A revoir en autonomie : continuité, dérivation (voir les questions de cours relatives à ces deux chapitres)

Questions de cours :

- DL de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ , arctan (formule et détail des calculs conduisant à celle-ci)
- DL de  $\exp$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ , arcsin (même chose que ci-dessus, mais on pourra s'arrêter à l'ordre 5 pour arcsin)
- Énoncés du théorème de la bijection, condition suffisante de dérivabilité d'une bijection réciproque en  $y = f(x)$  et expression de  $f^{-1}'(y)$ .

## 2 Espaces vectoriels

Espaces vectoriels. Sous-espace vectoriel. Espace vectoriel engendré par une partie, par une famille. Famille libre, famille génératrice. Espaces de dimension finie et bases. Sommes de sous-espaces. Espaces en somme directe (2 et plus), espaces supplémentaires et caractérisations.

Applications linéaires. Lien entre l'injectivité, la surjectivité et l'action sur une base, ainsi qu'avec la dimension. Application linéaire définie par son action sur une base. Rang d'une application linéaire.

Projecteurs et symétries. Hyperplans.

Questions de cours :

- Énoncé (sans preuve) de la définition et des différentes caractérisations de ce que deux espaces  $F$  et  $G$  sont supplémentaires dans  $E$  lorsque  $E$  est de dimension finie. (la définition, existence et unicité de la décomposition, avec des bases, et on peut en rajouter avec des arguments de dimension : exemple : si  $E = F + G$  et que de plus  $\dim E = \dim F + \dim G$ , alors...)
- Exercice-type : si  $F$  et  $G$  sont des sous-espaces vectoriels de  $E$ , alors  $F \cup G$  est un sous-espace vectoriel de  $E$  si et seulement si  $F \subset G$  ou  $G \subset F$ . (exercice 1 du cours)

## 3 Suites et séries numériques

Suite bornées, convergentes. Théorème de la limite monotone. Suites extraites. Suites adjacentes.