

1 Intégration

Notions de subdivision, définition des fonctions en escalier et continues par morceaux.

Intégrale des fonctions en escalier sur un segment. Rappel des résultats de première année et extension aux fonctions continues par morceaux. Positivité, changement de variable, intégration par parties.

Définition de la convergence de l'intégrale de f continue par morceaux sur $[a, b[$, sur $]a, b]$, sur $]a, b[$.

Positivité, changement de variable, intégration par partie pour une intégrale généralisée.

Intégrales absolument convergentes et fonctions intégrables

- Exercice-type : On suppose I et J des intervalles, $f : I \rightarrow \mathbb{K}$ continue, $u : J \rightarrow I$ et $v : J \rightarrow I$ des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$, alors montrer que $x \in J \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$ est de classe $\mathcal{C}^1$ et en préciser la dérivée.
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ selon la valeur de $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ et de $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$ (oui, on détaille), et enfin de $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$.
- Énoncé de la proposition 40 (détail des fonctions de référence quant à leur intégrabilité)

2 Espaces vectoriels, matrices et déterminants

Espaces vectoriels. Sous-espace vectoriel. Espace vectoriel engendré par une partie, par une famille. Famille libre, famille génératrice. Espaces de dimension finie et bases. Sommes de sous-espaces. Espaces en somme directe (2 et plus), espaces supplémentaires et caractérisations.

Applications linéaires. Lien entre l'injectivité, la surjectivité et l'action sur une base, ainsi qu'avec la dimension. Application linéaire définie par son action sur une base. Rang d'une application linéaire.

Projecteurs et symétries. Hyperplans.

Matrices, structure, interprétation matricielle d'une application, matrices carrées, inversibles.

Matrices de passage et formules de changement de base.

Matrices définies par blocs, trace.

Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme, d'une matrice.

Questions de cours :

- Définition d'une matrice de passage, propriétés (P.16 : énoncé seul) et formule de changement de base pour un vecteur (P.18 : énoncé seul), et pour un endomorphisme (P.21 : énoncé seul)
- Déterminant de Vandermonde (formule et sa preuve)