Programme de colles mathématiques PC

Semaine 10 du 25/11 au 29/11

1 Espaces vectoriels normés

Définition d'une norme, d'une distance. Parties, suites et fonctions bornées. Normes équivalentes. Parties convexes. Suites convergentes. Ouverts et fermés.

Limite et continuité. Caractérisation séquentielle de la limite, composition des limites. Si $f: E \to \mathbb{R}$ est continue, l'image réciproque de $\mathbb{R}^{+*}$ et $\mathbb{R}^{-*}$ sont des ouverts, celles de $\mathbb{R}^{+}$, $\mathbb{R}^{-}$ et $\{0\}$ des fermés.

- Définitions d'un point intérieur à une partie, d'une partie ouverte, d'un point adhérent à une partie, d'une partie fermée.
- Caractérisation séquentielle de l'adhérence. (P.37, énoncé et, bien sûr, démonstration)
- Enoncé du théorème de caractérisation séquentielle de la limite, et application à la composition des limites (prop. 47, qu'on démontre).
- Prop. 54 : si $f: E \to \mathbb{R}$ est continue, alors $\{x \in E \mid f(x) > 0\}$ est un ouvert de E.

2 Suites et séries de fonctions (début)

Notions de convergence simple, uniforme d'une suite ou série de fonctions, convergence normale d'une série de fonctions. Continuité de la limite d'une suite de fonctions (resp. d'une somme d'une série de fonctions).

Théorème de la double limite (admis)

Pas encore le lien avec l'intégration, ni la dérivation de la limite d'une suite de fonctions.

- Enoncé des définitions de ce qu'une suite de fonctions (f_n) converge simplement vers f sur I, uniformément vers f sur I, qu'une série de fonctions $\sum f_n$ converge normalement sur I.
- Théorème 8 : énoncé et démonstration (continuité de la limite d'une suite de fonctions...)